DSE 甲部 (2) 及乙部重點練習簡介

DSE 甲部 (2) 及乙部重點練習是 DSE 2-4-5** 升級套裝中的一個強效配套。
此配套中的 8 套練習由淺入深，使學生有系統地預習以下題目：

DSE 甲部 (2) 中的**所有**題目

DSE 乙部中的**基本**題目

	涵蓋範圍	分數
第 1 – 8 套	<u>甲部 (2)</u> ● 多項式 ● 變分 ● 集中趨勢及離差的度量 ● 平面幾何 ● 求積法 ● 圓的方程 ● 軌跡	35
	<u>乙部</u> ● 排列與組合 ● 等差數列及等比數列 ● 對數函數 ● 標準分 ● 配方法 ● 函數的變換 ● 線性規畫 ● 三角學	14 – 18

目錄

練習

題解

姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 班別：＿＿＿＿＿( ) 日期：＿＿＿＿＿＿＿＿

DSE 甲部 (2) 及乙部重點練習

目標為
DSE 等級 4+ 及 5**

第 1 套

分數： / 49

[在本練習中，如有需要，取答案準確至三位有效數字。]

甲部 (2) (35 分)

1. 設 $f(x)$ 為一多項式。當 $f(x)$ 除以 $x - 2$ 時，商式為 $8x^2 + 34x + 75$。已知 $f(2) = 147$。

(a) 求 $f(-1)$。 (3 分)

(b) 因式分解 $f(x)$。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

2. 一張周界為 p m 的地毯的成本為 $\$C$。已知 C 為兩部分之和，一部分隨 p 正變，而另一部分隨 p^2 正變。當 $p = 3$ 時，$C = 630$；且當 $p = 7$ 時，$C = 2\ 310$。

(a) 求周界為 4 m 的地毯的成本。 (4 分)

(b) 若某地毯的成本為 \$1 800，求該地毯的周界。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

3. 某籃內有 44 個蘋果。下面的框線圖顯示籃內的蘋果的重量 (以 g 為單位) 的分佈。已知這分佈的平均值為 235 g。

(a) 求上述分佈的中位數及分佈域。 (3 分)

(b) 現將重量分別為 211 g、218 g、233 g 及 238 g 的四個蘋果從該籃中取出。求該籃內餘下的蘋果的重量的平均值及中位數。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

4. 下面的幹葉圖顯示某店內一羣顧客的年歲的分佈，其中 c 為一整數。

幹 (十位)	葉 (個位)
1	2 2 9
2	4 c c 5 8
3	0 5
4	6 9 9
5	
6	1 2

已知上述分佈的眾數小於 25。

(a) 求該分佈的四分位數間距及標準差。 (4 分)

(b) 若從該羣中隨機選出一名顧客參加抽獎，求所選出的顧客的年歲不超過該分佈的眾數的概率。 (2 分)

5.　圖 1 中，ABC 為一三角形。D 及 E 為 AC 上的點。已知 $AB = CB$ 及 $\angle ABD = \angle CBE$。

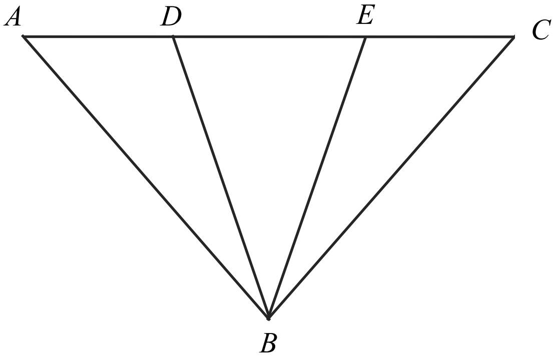


圖 1

(a)　證明 $\triangle ABD \cong \triangle CBE$。　(2 分)

(b)　若 $AB = 10$ cm、$DC = 9$ cm 及 $DE = 5$ cm，$\triangle ABC$ 是否直角三角形？試解釋你的答案。　(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

6. 一實心直立圓錐體的底半徑及高分別為 18 cm 及 24 cm。將該圓錐體以兩平行於其底的平面分成三部分。該三部分的高相等。以 π 表示

(a) 該圓錐體的中間部分的體積， (3 分)

(b) 該圓錐體的中間部分的曲面面積。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

乙部 (14 分)

7. 某班有 16 名女生及 8 名男生。若從該班中選出 3 名學生組成一個有至多 2 名女生的委員會，則可組成多少個不同的委員會？ (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續　後　頁

本頁積分

8. 某城鎮自某入境政策開始實施起計的第 n 年年終時的人口為 $P(n)$，其中 n 為一正整數。

已知 $P(n) = ab^{\frac{n}{2}}$，其中 a 及 b 均為正常數。現知自該入境政策開始實施起計的第 1 年年終時及第 2 年年終時的人口分別為 144 000 及 172 800。

(a) 求 a 及 b。 (2 分)

(b) 求自該入境政策開始實施起計的第 4 年年終時的人口。 (1 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

9. 下表顯示一大羣學生在英文測驗及中文測驗的得分的平均值及標準差。

測驗	平均值	標準差
英文	56 分	10 分
中文	72 分	5 分

志華在中文測驗的標準分是 -0.8。

(a) 求志華在中文測驗的得分。 (2 分)

(b) 假設上述每一測驗的得分均為正態分佈。志華在英文測驗得 52 分。他宣稱相對於其他學生，他在英文測驗的表現較中文測驗為佳。該宣稱是否正確？試解釋你的答案。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

10. 圖 2 中，XYZ 為三角形紙卡。T 為 XY 上的一點。已知 $ZY = 26$ cm、$\angle TXZ = 45°$及 $\angle TYZ = 60°$。

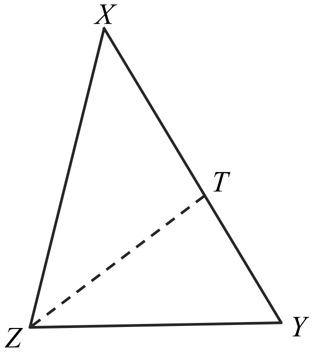


圖 2

(a) 求 XZ。 (2 分)

(b) 若 $\triangle XTZ$ 的面積為 225 cm^2，求 XT。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

練習完

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

本頁積分

姓名：____________________ 班別：________ (　　) 日期：____________

DSE 甲部 (2) 及乙部重點練習

目標為
DSE 等級 4+ 及 5**

第 4 套

分數：　　/ 51

甲部 **(2) (35 分)**

1. 設 \$$C$ 為製作一個體積為 V cm^3 的正方體的成本。已知 C 為兩部分之和，一部分為常數，而另一部分隨 $\sqrt{V}$ 正變。當 $V = 81$ 時，$C = 108$；且當 $V = 225$ 時，$C = 156$。

(a) 求製作一個體積為 400 cm^3 的正方體的成本。 (4 分)

(b) 若在 (a) 描述的正方體的總表面面積為一較小正方體的總表面面積的 16 倍，求製作該較小正方體的成本。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續　後　頁

本頁積分

2. 設 $f(x) = 3x(x-2)^2 - ax - b$，其中 a 及 b 均為常數。已知 $x+1$ 是 $f(x)$ 的因式。當 $f(x)$ 除以 $x-4$ 時，餘數為 $3b+100$。

(a) 求 a 及 b。 (3 分)

(b) 某人宣稱方程 $f(x) = 0$ 沒有無理數根。你是否同意？試解釋你的答案。 (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

3. 下表顯示遊戲中一羣兒童獲得的糖果的數目的分佈。

獲得糖果的數目	10	11	12	13	14	15	16
兒童人數	8	9	11	5	8	7	2

(a) 求該分佈的平均值。 (2 分)

(b) 該分佈的中位數是否大於其眾數？試解釋你的答案。 (2 分)

(c) 若 n 名兒童離開該羣且其中每人獲得 12 粒糖果，寫出

(i) n 的值使得該分佈的平均值增加 1%；

(ii) n 的最大值使得該分佈的中位數維持不變；

(iii) n 的最小值使得該分佈的眾數減少 1。

(3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

4. 圖 1 中，$ABCD$ 為一正方形。E 及 F 分別為 AB 及 AD 上的點使得 $AF = BE$。CE 與 BF 相交於 G。

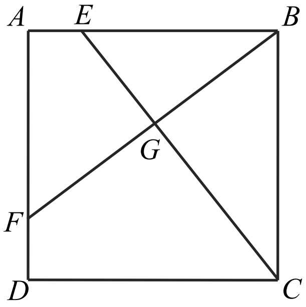


圖 1

(a) 證明 $\triangle ABF \cong \triangle BCE$。 (2 分)

(b) BF 是否垂直於 CE？試解釋你的答案。 (3 分)

(c) 若 $BG = 12$ cm、$CG = 16$ cm 及 $FG = 13$ cm，求 $\triangle BEG$ 的周界。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

5. 實心直立圓錐體 A 的高與實心直立圓柱體 B 的高相等。A 及 B 的底半徑分別為 5 cm 及 10 cm。實心直立圓柱體 C 的體積等於 A 的體積與 B 的體積之和。C 的高等於 A 的斜高。<u>小美</u>得知 A 的曲面面積為 $65\pi\text{ cm}^2$。

(a) 求 A 的高。 (2 分)

(b) B 與 C 是否相似？試解釋你的答案。 (3 分)

(c) <u>小美</u>宣稱 A 的總表面面積與 B 的總表面面積之和小於 C 的總表面面積。你是否同意？試解釋你的答案。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

乙部 **(16 分)**

6. 某學會有 10 名初中生及 8 名高中生。從該學會中隨機選出 6 名學生組成一隊。

(a) 求該隊只由高中生組成的概率。 (2 分)

(b) 求該隊有至少 1 名初中生及至少 1 名高中生的概率。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

7. 某劇院的第一行有 20 個座位。接着的每一行較前一行多 4 個座位。求該劇院的最小行數使得它可容納最少 1 000 人。 (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

8. 設 a 及 b 均為常數。將 $y = \log_a x - b$ 的圖像記為 G。G 的 x 截距為 16 且 G 通過點 $(8 , -1)$。將 x 與 y 之間的關係表示為 $x = Ak^y$ 的形式，其中 A 及 k 均為常數。 (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

本頁積分

9. 設 $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 4x - 10$。

(a) 利用配方法，求 $y = g(x)$ 的圖像的頂點的坐標。 (2 分)

(b) 藉將 $y = g(x)$ 的圖像垂直平移得出 $y = h(x)$ 的圖像。若 $y = h(x)$ 的圖像與直線 $y = -2$ 相切，求 $h(x)$。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

練習完

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

本頁積分

姓名：__________________ 班別：__________ (　　) 日期：____________

DSE 甲部 (2) 及乙部重點練習

目標為 DSE 等級 4+ 及 5**

第 7 套

分數：　　/ 53

[在本練習中，如有需要，取答案準確至三位有效數字。]

甲部 (2) (35 分)

1. 三次多項式 $h(x)$ 可被 $x + 2$ 整除。當 $h(x)$ 除以 $x^2 - 4$ 時，餘式為 $-3cx + c^2$，其中 c 為一非零的常數。

   (a) 求 c。 (3 分)

   (b) 已知 $x - 1$ 為 $h(x)$ 的因式。當 $h(x)$ 除以 x 時，餘數為 -8。一心宣稱方程 $h(x) = 0$ 的所有根均為整數。該宣稱是否正確？試解釋你的答案。 (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

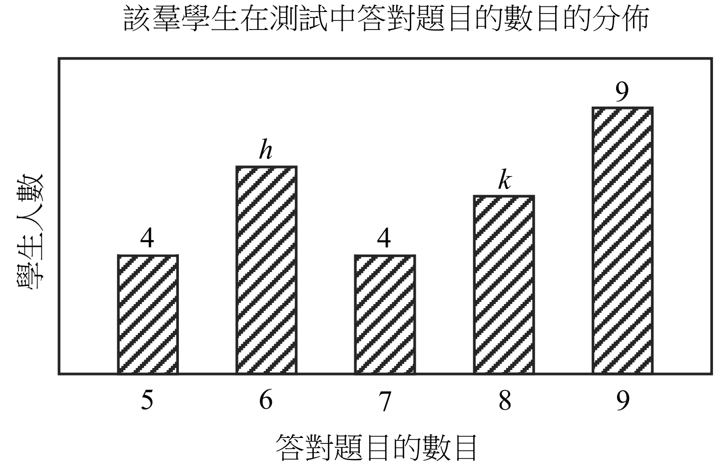
寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

2. 下面的棒形圖顯示一羣學生在某測試中答對題目的數目的分佈，其中 $h<9$ 及 $5<k<9$。該羣學生答對題目的數目的中位數為 7.5。



(a) 求 h 及 k。 (3 分)

(b) 現有三名學生離開該羣。得知該三名學生答對題目的數目全不相同。求

(i) 該羣學生答對題目的數目的最小可取中位數，

(ii) 該羣學生答對題目的數目的最大可取平均值。

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

3.　把一底半徑為 8 cm 及高為 57 cm 的實心直立圓錐體熔化，並重鑄成兩個相似的實心直立圓柱體。較小圓柱體的底面積與較大圓柱體的底面積之比為 9 : 25。

(a)　求較小圓柱體的體積，答案以 π 表示。　(3 分)

(b)　若較小圓柱體的高為 24 cm，小怡宣稱較大圓柱體的總表面面積將不超過 1 500 cm^2。你是否同意？試解釋你的答案。　(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續　後　頁

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

4. 一長方形紙卡沿 DE 摺起使得紙卡的頂點 A 在 BC 上 (見圖 1)。

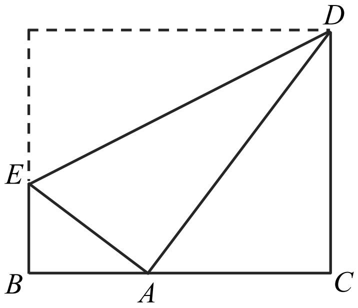


圖 1

(a) 證明 $\triangle EBA \sim \triangle ACD$。 (2 分)

(b) 已知 $EB = 18$ cm 及 $EA = 30$ cm。

(i) 寫出 DC 的長度。

(ii) 求 AD 的長度。

(iii) 造深宣稱 ED 上有一點 T 使得 A 與 T 間的距離小於 26 cm。你是否同意？試解釋你的答案。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

5. 圓 C 的方程是 $4x^2 + 4y^2 - 72x - 96y + 611 = 0$。設 G 為 C 的圓心。將原點記為 O。

(a) 求 OG。 (2 分)

(b) O 是否在 C 外？試解釋你的答案。 (1 分)

(c) 設 P 為直角坐標平面上的一動點使得 $GP = OP$。將 P 的軌跡記為 Γ。假設 Γ 與 C 相交於點 A 及點 B。求扇形 GAB 的面積。 (4 分)

續 後 頁

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

乙部 (18 分)

6. 某袋內有 4 枝紅筆、6 枝藍筆及 3 枝黑筆。若從該袋中同時抽出 3 枝筆，

   (a) 求抽出 3 枝相同顏色的筆的概率； (2 分)

   (b) 求抽出的 3 枝筆只有 2 隻不同顏色的概率。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

7.　對於任意正整數 n，設 $P(n) = 2n + 3$ 及 $Q(n) = 5^{2n+3}$。

(a)　以 n 表示 $P(1) + P(2) + P(3) + \cdots + P(n + 1)$。 (2 分)

(b)　求 n 的最小值使得 $\log_5 [Q(1)\, Q(2)\, Q(3)\ \cdots\ Q(n + 1)] > 1\,000$。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

8. 直線 L_1 與直線 L_2 相交於點 $(4, -3)$。已知 L_1 的 y 截距為 2 且 L_2 的 x 截距為 8。設 R 為 L_1、L_2 與 y 軸圍成的區域 (包括邊界在內)。

(a) 已知 R 表示某不等式組的解。求該不等式組。 (3 分)

(b) 求 $4x + 9y$ 的最大值，其中 (x, y) 為 R 中的一點。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

9. (a) 圖 2(a) 中，$PQRS$ 為一平行四邊形紙卡。已知 $PS = 21$ cm、$\angle SPR = 105°$ 及 $\angle PSR = 42°$。

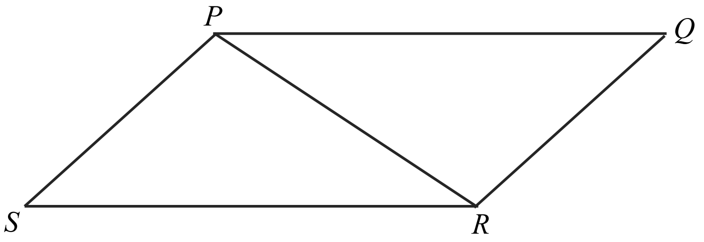


圖 2(a)

求 RS 的長度。 (2 分)

(b) 圖 2(a) 的紙卡沿 PR 摺起使得 $\angle SRQ = 85°$ (見圖 2(b))。

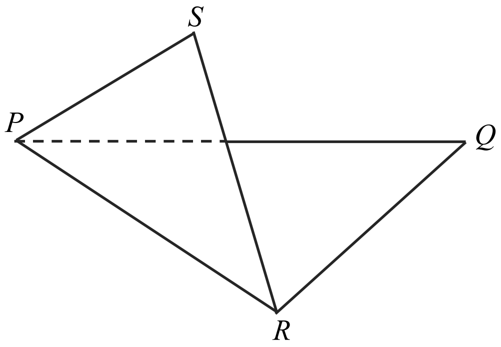


圖 2(b)

S 與 Q 間的距離是否大於 40 cm？試解釋你的答案。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

練習完

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

本頁積分

DSE 甲部 (2) 及乙部重點練習

第 1 套 題解

1. (a) $f(x) = (x-2)(8x^2+34x+75)+147$ 1M+1M

$= 8x^3+18x^2+7x-3$

$f(-1) = 8(-1)^3+18(-1)^2+7(-1)-3$

$= \underline{\underline{0}}$ 1A

(b) $\because$ $f(-1)=0$

$\therefore$ $x+1$ 是 $f(x)$ 的因式。

利用長除法，

$$\begin{array}{r} 8x^2+10x-3 \\ x+1\overline{)8x^3+18x^2+7x-3} \\ \underline{8x^3+8x^2} \\ 10x^2+7x \\ \underline{10x^2+10x} \\ -3x-3 \\ \underline{-3x-3} \end{array}$$

$f(x) = (x+1)(8x^2+10x-3)$ 1M

$= \underline{\underline{(x+1)(2x+3)(4x-1)}}$ 1A

2. (a) 設 $C = k_1p+k_2p^2$，其中 k_1 及 k_2 均為非零的常數。 1A

當 $p=3$ 時，$C=630$。

$3k_1+9k_2 = 630$

$k_1+3k_2 = 210$ .... (1)

當 $p=7$ 時，$C=2\,310$。 1M

$7k_1+49k_2 = 2\,310$

$k_1+7k_2 = 330$ .... (2)

(2) − (1)：$4k_2 = 120$

$k_2 = 30$

把 $k_2 = 30$ 代入 (1)。

$k_1+3(30) = 210$

$k_1 = 120$

$\therefore$ $C = 120p+30p^2$ 1A

所求的成本 $= \$[120(4)+30(4)^2]$

$= \underline{\underline{\$960}}$ 1A

(b) $120p + 30p^2 = 1\ 800$ 1M

$p^2 + 4p - 60 = 0$

$(p - 6)(p + 10) = 0$

$p = 6$ 或 -10 (捨去)

∴ $\underline{\text{周界是 } 6\text{ m}。}$ 1A

3. (a) 中位數 = $\underline{\underline{225\text{ g}}}$ 1A

分佈域 = (284 − 208) g 1M

= $\underline{\underline{76\text{ g}}}$ 1A

(b) 餘下的蘋果重量的平均值

$= \dfrac{44 \times 235 - 211 - 218 - 233 - 238}{44 - 4}$ g 1M

= $\underline{\underline{236\text{ g}}}$ 1A

211 g 及 218 g 小於中位數 225 g，

而 233 g 及 238 g 大於 225 g。

∴ 中位數維持不變。

∴ 餘下的蘋果重量的中位數 = $\underline{\underline{225\text{ g}}}$ 1A

4. (a) ∵ 眾數 < 25 及 $c \geq 4$

∴ $c = 4$ 1A

四分位數間距 = 49 − 24 1M

= $\underline{\underline{25}}$ 1A

標準差 = $\underline{\underline{15.8}}$ (準確至三位有效數字) 1A

(b) 所求的概率

$= \dfrac{6}{15}$ 1M

$= \underline{\underline{\dfrac{2}{5}}}$ 1A

5. (a) $AB = CB$ (已知)

$\angle BAD = \angle BCE$ (等腰 △ 底角)

$\angle ABD = \angle CBE$ (已知)

∴ $\triangle ABD \cong \triangle CBE$ (ASA)

評分標準：	
情況 1 附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2 未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $EC = DC - DE$

$= (9 - 5)$ cm

$= 4$ cm

$\because \triangle ABD \cong \triangle CBE$

$\therefore DA = EC = 4$ cm 1M

$AC = DA + DC = (4 + 9)$ cm $= 13$ cm

$BC = AB = 10$ cm

$AB^2 + BC^2 = (10^2 + 10^2)$ cm^2 1M

$= 200$ cm^2

$AC^2 = 13^2$ cm$^2 = 169$ cm^2

$\therefore AB^2 + BC^2 \neq AC^2$ 1M

$\therefore$ $\underline{\triangle ABC \text{ 不是直角三角形。}}$ 1A

6. (a) 中間部分的體積

$$= \left[\frac{1}{3}\pi(18)^2(24)\left(\frac{2^3}{3^3}\right) - \frac{1}{3}\pi(18)^2(24)\left(\frac{1^3}{3^3}\right)\right] \text{ cm}^3$$ 1M+1M

$= \underline{\underline{672\pi \text{ cm}^3}}$ 1A

另解

設 r cm 及 R cm 分別為中間部分的上底及下底的底半徑。

$$\frac{r}{18} = \frac{8}{24}$$

$r = 6$

$$\frac{R}{18} = \frac{16}{24}$$

$R = 12$

1M

$\therefore$ 中間部分的體積

$$= \left[\frac{1}{3}\pi(12)^2(16) - \frac{1}{3}\pi(6)^2(8)\right] \text{ cm}^3$$ 1M

$= \underline{\underline{672\pi \text{ cm}^3}}$ 1A

(b) 中間部分的曲面面積

$= \left[\pi(18)\sqrt{18^2+24^2}\left(\frac{2^2}{3^2}\right)-\pi(18)\sqrt{18^2+24^2}\left(\frac{1^2}{3^2}\right)\right]$ cm^2 1M+1M

$= \underline{\underline{180\pi \text{ cm}^2}}$ 1A

另解

中間部分的曲面面積

$= \left[\pi(12)\sqrt{12^2+16^2}-\pi(6)\sqrt{6^2+8^2}\right]$ cm^2 1M+1M

$= \underline{\underline{180\pi \text{ cm}^2}}$ 1A

7. 所求的數目

$= C_3^{24} - C_3^{16}$ 1M+1M

$= \underline{\underline{1\ 464}}$ 1A

另解

所求的數目

$= C_3^8 + C_1^{16}C_2^8 + C_2^{16}C_1^8$ 1M+1M

$= \underline{\underline{1\ 464}}$ 1A

8. (a) $P(1) = 144\ 000$

$ab^{\frac{1}{2}} = 144\ 000$ .... (1)

$P(2) = 172\ 800$

$ab = 172\ 800$ .... (2)

$\frac{(2)}{(1)}$: $b^{\frac{1}{2}} = 1.2$

$b = \underline{\underline{1.44}}$ 1A

把 $b = 1.44$ 代入 (2)。

$a(1.44) = 172\ 800$

$a = \underline{\underline{120\ 000}}$ 1A

(b) 第 4 年年終時的人口

$= 120\ 000(1.44)^{\frac{4}{2}}$

$= \underline{\underline{248\ 832}}$ 1A

9. (a) 設 x 分為志華在中文測驗的得分。

$\frac{x-72}{5} = -0.8$ 1M

$x = 68$

$\therefore$ 志華在中文測驗的得分是 68 分。 1A

(b) 志華在英文測驗的標準分

$= \frac{52-56}{10}$

$= -0.4$ 1A

> -0.8

$\therefore$ 志華在英文測驗的表現較佳。

$\therefore$ 該宣稱正確。 1A

10. (a) 在 $\triangle XYZ$ 中，根據正弦公式，

$\frac{XZ}{\sin \angle XYZ} = \frac{ZY}{\sin \angle ZXY}$

$\frac{XZ}{\sin 60°} = \frac{26 \text{ cm}}{\sin 45°}$ 1M

$XZ \approx 31.843\ 366\ 66 \text{ cm}$

$= \underline{31.8 \text{ cm}}$ (準確至三位有效數字) 1A

(b) $\triangle XTZ$ 的面積 $= 225 \text{ cm}^2$

$\frac{1}{2} \times XT \times XZ \times \sin \angle ZXT = 225 \text{ cm}^2$

$\frac{1}{2} \times XT \times 31.843\ 366\ 66 \text{ cm} \times \sin 45° \approx 225 \text{ cm}^2$ 1M

$XT = \underline{\underline{20.0 \text{ cm}}}$ (準確至三位有效數字) 1A

DSE 甲部 (2) 及乙部重點練習

第 4 套 題解

1. (a) 設 $C = k_1 + k_2\sqrt{V}$ ，其中 k_1 及 k_2 均為非零的常數。 1A

當 $V = 81$ 時，$C = 108$。

$k_1 + 9k_2 = 108$ .... (1)

當 $V = 225$ 時，$C = 156$。 } 1M

$k_1 + 15k_2 = 156$ .... (2)

(2) − (1)：$6k_2 = 48$

$k_2 = 8$

把 $k_2 = 8$ 代入 (1)。

$k_1 + 9(8) = 108$

$k_1 = 36$

$\therefore \quad C = 36 + 8\sqrt{V}$ 1A

所求的成本 $= \$(36 + 8\sqrt{400})$

$= \underline{\underline{\$196}}$ 1A

(b) $\dfrac{\text{較小正方體的邊長}}{\text{在 (a) 的正方體的邊長}} = \sqrt{\dfrac{1}{16}} = \dfrac{1}{4}$

$\dfrac{\text{較小正方體的體積}}{\text{在 (a) 的正方體的體積}} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^3$

$\dfrac{\text{較小正方體的體積}}{400\text{ cm}^3} = \dfrac{1}{64}$ 1M

較小正方體的體積 $= 6.25\text{ cm}^3$

$\therefore$ 製作較小正方體的成本

$= \$(36 + 8\sqrt{6.25})$

$= \underline{\underline{\$56}}$ 1A

2. (a) $f(-1) = 0$ 1M

$3(-1)(-1-2)^2 - a(-1) - b = 0$

$a - b = 27$ .... (1)

$f(4) = 3b + 100$ 1M

$3(4)(4-2)^2 - a(4) - b = 3b + 100$

$4a + 4b = -52$

$a + b = -13$ .... (2)

(1) + (2)：$2a = 14$

$a = \underline{\underline{7}}$

把 $a = 7$ 代入 (1)。 } 1A

$7 - b = 27$

$b = \underline{\underline{-20}}$

(b) $f(x) = 3x(x-2)^2 - 7x + 20$

$= 3x^3 - 12x^2 + 5x + 20$

利用長除法，

$$\begin{array}{r}
3x^2 - 15x + \ \ 20 \\
x+1\overline{)3x^3 - 12x^2 + \ \ 5x + 20} \\
\underline{3x^3 + \ \ 3x^2 \qquad\qquad\quad} \\
-15x^2 + \ \ 5x \qquad\ \ \\
\underline{-15x^2 - 15x \qquad\ \ } \\
20x + 20 \\
\underline{20x + 20}
\end{array}$$

$f(x) = (x+1)(3x^2 - 15x + 20)$ 1M

$f(x) = 0$

$(x+1)(3x^2 - 15x + 20) = 0$

$x = -1$ 或 $3x^2 - 15x + 20 = 0$

留意 -1 是有理數。

對於 $3x^2 - 15x + 20 = 0$，

$\Delta = (-15)^2 - 4(3)(20)$ 1M

$= -15$

< 0

∴ 方程 $3x^2 - 15x + 20 = 0$ 沒有實根。 1M

∴ 方程 $f(x) = 0$ 沒有無理數根。

∴ <u>同意該宣稱。</u> 1A

3. (a) 平均值 $= \dfrac{10(8)+11(9)+12(11)+13(5)+14(8)+15(7)+16(2)}{8+9+11+5+8+7+2}$ 1M

$= \dfrac{625}{50}$

$= \underline{\underline{12.5}}$ 1A

(b) 中位數 $= 12$

眾數 $= 12$ } 1M

∴ <u>中位數不大於眾數。</u> 1A

(c) (i) $\dfrac{625 - 12n}{50 - n} = 12.5(1 + 1\%)$

$625 - 12n = 631.25 - 12.625n$

$0.625n = 6.25$

$n = \underline{\underline{10}}$ 1A

(ii) $8 + 9 + (11 - n) > 5 + 8 + 7 + 2$

$$28 - n > 22$$

$$n < 6$$

$\because$ n 是整數。

$\therefore$ $\underline{n \text{ 的最大值是 } 5 \text{。}}$ 1A

(iii) $9 > 11 - n$

$n > 2$

$\because$ n 是整數。

$\therefore$ $\underline{n \text{ 的最小值是 } 3 \text{。}}$ 1A

4. (a) $AB = BC$ (正方形性質)

$AF = BE$ (已知)

$\angle BAF = \angle CBE = 90°$ (正方形性質)

$\therefore$ $\underline{\triangle ABF \cong \triangle BCE}$ (SAS)

評分標準：	
情況 1 附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2 未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) 設 $\angle BCE = x$。

$\because$ $\triangle ABF \cong \triangle BCE$

$\therefore$ $\angle ABF = \angle BCE = x$ 1M

在 $\triangle BCE$ 中，

$$\left.\begin{aligned}\angle BEC + \angle CBE + \angle BCE &= 180° \\ \angle BEC + 90° + x &= 180° \\ \angle BEC &= 90° - x \\ \text{在 } \triangle BEG \text{ 中，} \\ \angle BGE + \angle BEG + \angle EBG &= 180°\end{aligned}\right] \text{1M}$$

$$\angle BGE + (90° - x) + x = 180°$$

$$\angle BGE = 90°$$

$\therefore$ $\underline{BF \text{ 垂直於 } CE \text{。}}$ 1A

另解

設 $\angle BCE = x$。

$\angle DCE + \angle BCE = 90°$

$\angle DCE = 90° - x$

$\because \quad \triangle ABF \cong \triangle BCE$

$\therefore \quad \angle ABF = \angle BCE = x$ 1M

$\angle BEC = \angle DCE = 90° - x$

在 $\triangle BEG$ 中，

$\angle BGE + \angle BEG + \angle EBG = 180°$ 1M

$\angle BGE + (90° - x) + x = 180°$

$\angle BGE = 90°$

$\therefore$ $\underline{BF \text{ 垂直於 } CE\text{。}}$ 1A

(c) $CE = BF$

$= BG + FG$

$= (12 + 13)$ cm

$= 25$ cm

$EG = CE - CG$

$= (25 - 16)$ cm

$= 9$ cm

在 $\triangle BEG$ 中，

$BE^2 = BG^2 + EG^2$ 1M

$= (12^2 + 9^2)$ cm^2

$= 225$ cm^2

$BE = 15$ cm

$\triangle BEG$ 的周界 $= BG + EG + BE$

$= (12 + 9 + 15)$ cm

$= \underline{\underline{36 \text{ cm}}}$ 1A

5. (a) 設 ℓ cm 為 A 的斜高。

$\pi(5)(\ell) = 65\pi$ 1M

$\ell = 13$

$\therefore$ A 的斜高是 13 cm。

A 的高 $= \sqrt{13^2 - 5^2}$ cm

$= \underline{\underline{12 \text{ cm}}}$ 1A

(b) B 的高 $= A$ 的高 $= 12$ cm

B 的體積 $= \pi(10)^2(12)$ cm^3

$= 1\ 200\pi$ cm^3

C 的高 $= A$ 的斜高 $= 13$ cm

C 的體積 $= \left[\frac{1}{3}\pi(5)^2(12)+1\ 200\pi\right]$ cm^3 1M

$= 1\ 300\pi$ cm^3

$$\frac{B\text{ 的高}}{C\text{ 的高}} = \frac{12}{13}$$

$$\frac{B\text{ 的體積}}{C\text{ 的體積}} = \frac{1\ 200\pi}{1\ 300\pi} = \frac{12}{13}$$

$\therefore \quad \frac{B\text{ 的體積}}{C\text{ 的體積}} \neq \left(\frac{B\text{ 的高}}{C\text{ 的高}}\right)^3$ 1M

$\therefore$ $\underline{B\text{ 與 }C\text{ 不相似。}}$ 1A

(c) C 的總表面面積

$= [2\pi(10)(13) + 2\pi(10)^2]$ cm^2 1M

$= 460\pi$ cm^2

A 的總表面面積與 B 的總表面面積之和

$= [65\pi + \pi(5)^2 + 2\pi(10)(12) + 2\pi(10)^2]$ cm^2 1M

$= 530\pi$ cm^2

$> C$ 的總表面面積

$\therefore$ $\underline{\text{不同意該宣稱。}}$ 1A

6. (a) 所求的概率

$= \frac{C_6^8}{C_6^{18}}$ 1M

$= \underline{\underline{\frac{1}{663}}}$ 1A

另解

所求的概率

$= \frac{8}{18}\left(\frac{7}{17}\right)\left(\frac{6}{16}\right)\left(\frac{5}{15}\right)\left(\frac{4}{14}\right)\left(\frac{3}{13}\right)$ 1M

$= \underline{\underline{\frac{1}{663}}}$ 1A

(b) 所求的概率

$= 1 - \dfrac{C_6^{10}}{C_6^{18}} - \dfrac{1}{663}$ 1M

$= \underline{\underline{\dfrac{77}{78}}}$ 1A

另解

所求的概率

$= \dfrac{C_1^{10}C_5^8}{C_6^{18}} + \dfrac{C_2^{10}C_4^8}{C_6^{18}} + \dfrac{C_3^{10}C_3^8}{C_6^{18}} + \dfrac{C_4^{10}C_2^8}{C_6^{18}} + \dfrac{C_5^{10}C_1^8}{C_6^{18}}$ 1M

$= \underline{\underline{\dfrac{77}{78}}}$ 1A

7. 設 n 為座位的行數。

$\dfrac{n}{2}[2(20) + (n-1)(4)] \geq 1\,000$ 1M

$n(40 + 4n - 4) \geq 2\,000$

$n^2 + 9n - 500 \geq 0$ 1M

$n \leq \dfrac{-9-\sqrt{9^2-4(1)(-500)}}{2(1)}$ 或 $n \geq \dfrac{-9+\sqrt{9^2-4(1)(-500)}}{2(1)}$

$n \leq -27.3$ 或 $n \geq 18.3$ (準確至一位小數) 1A

∴ <u>最小行數是 19。</u> 1A

8. ∵ G 的 x 截距是 16。

∴ $\log_a 16 - b = 0$ 1M

$b = \log_a 16$

$a^b = 16$ .... (1) 1M

∵ G 通過 $(8, -1)$。

∴ $\log_a 8 - b = -1$

$b - 1 = \log_a 8$

$a^{b-1} = 8$ .... (2)

(1) ÷ (2)：$a = 2$

把 $a = 2$ 代入(1)。

$2^b = 16$

$b = 4$ 1A

∴ $y = \log_2 x - 4$

$\log_2 x = y + 4$

$x = 2^{y+4}$

$\underline{x = 16(2^y)}$ 1A

另解

$\because$ G 的 x 截距是 16。

$\therefore$ $\log_a 16 - b = 0$ .... (1) 1M

$\because$ G 通過 $(8 , -1)$。

$\therefore$ $\log_a 8 - b = -1$ .... (2)

$(1) - (2)$：$\log_a 16 - \log_a 8 = 1$ 1M

$$\log_a 2 = 1$$

$$a = 2$$

把 $a = 2$ 代入 (1)。

$\log_2 16 - b = 0$

$$b = \frac{\log 16}{\log 2}$$

$$= 4$$

1A

$\therefore$ $y = \log_2 x - 4$

$\log_2 x = y + 4$

$x = 2^{y+4}$

$\underline{x = 16(2^y)}$ 1A

9. (a) $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 4x - 10$

$= -\frac{1}{4}(x^2 + 16x) - 10$

$= -\frac{1}{4}(x^2 + 16x + 8^2 - 8^2) - 10$ 1M

$= -\frac{1}{4}(x + 8)^2 + 6$

$\therefore$ 頂點的坐標 $= \underline{(-8 , 6)}$ 1A

(b) $y = h(x)$ 的圖像是將 $y = g(x)$ 的圖像向下平移 8 單位而得出。

$\therefore$ $h(x) = g(x) - 8$ 1M

$= \underline{\underline{-\frac{1}{4}(x+8)^2 - 2}}$ $\left(或 -\frac{1}{4}x^2 - 4x - 18\right)$ 1A

DSE 甲部 (2) 及乙部重點練習

第 7 套 題解

1. (a) 設 $h(x) = (x^2 - 4)(ax + b) - 3cx + c^2$，其中 a 及 b 均為常數。 1A

$h(-2) = 0$ 1M

$[(-2)^2 - 4][a(-2) + b] - 3c(-2) + c^2 = 0$

$6c + c^2 = 0$

$c(6 + c) = 0$

$c = \underline{\underline{-6}}$ 或 0 (捨去) 1A

(b) $h(x) = (x^2 - 4)(ax + b) - 3(-6)x + (-6)^2$

$= (x^2 - 4)(ax + b) + 18x + 36$

$h(1) = 0$

$(1^2 - 4)[a(1) + b] + 18(1) + 36 = 0$

$-3a - 3b + 54 = 0$ 1M

$a = 18 - b$ .... (1)

$h(0) = -8$

$(0^2 - 4)[a(0) + b] + 18(0) + 36 = -8$

$-4b = -44$

$b = 11$ 1A

把 $b = 11$ 代入 (1)。

$a = 18 - 11$

$= 7$ 1A

$\therefore$ $h(x) = (x^2 - 4)(7x + 11) + 18x + 36$

$h(x) = 0$

$(x^2 - 4)(7x + 11) + 18x + 36 = 0$

$(x + 2)(x - 2)(7x + 11) + 18(x + 2) = 0$

$(x + 2)[(x - 2)(7x + 11) + 18] = 0$

$(x + 2)(7x^2 - 3x - 4) = 0$

$(x + 2)(x - 1)(7x + 4) = 0$

$x = -2$ 或 1 或 $-\frac{4}{7}$

$\because$ $-\frac{4}{7}$ 不是整數。

$\therefore$ 該宣稱不正確。 1A

2. (a) $\because$ 中位數 $= 7.5$

$\therefore\ 4 + h + 4 = k + 9$ 1M

$h = k + 1$

留意 $h < 9$ 及 $5 < k < 9$。

$\therefore\ \underline{\begin{cases} h = 7 \\ k = 6 \end{cases} \text{或} \begin{cases} h = 8 \\ k = 7 \end{cases}}$ 1A+1A

(b) (i) 當該三名學生答對題目的數目為 7、8 及 9 時，中位數為最小。 1M

$\therefore$ 最小可取中位數 $= \underline{\underline{7}}$ 1A

(ii) 當該三名學生答對題目的數目為 5、6 及 7 時，平均值為最大。 1M

當 $h = 7$ 及 $k = 6$ 時，

該羣學生答對題目的數目的平均值

$= \dfrac{3(5) + 6(6) + 3(7) + 6(8) + 9(9)}{3 + 6 + 3 + 6 + 9}$

$= 7.44$ (準確至三位有效數字)

當 $h = 8$ 及 $k = 7$ 時，

該羣學生答對題目的數目的平均值

$= \dfrac{3(5) + 7(6) + 3(7) + 7(8) + 9(9)}{3 + 7 + 3 + 7 + 9}$

$= 7.41$ (準確至三位有效數字)

$\therefore$ 最大可取平均值 $= \underline{\underline{7.44}}$ (準確至三位有效數字) 1A

3. (a) $\dfrac{\text{較小圓柱體的底面積}}{\text{較大圓柱體的底面積}} = \dfrac{9}{25}$

$\dfrac{\text{較小圓柱體的體積}}{\text{較大圓柱體的體積}} = \left(\sqrt{\dfrac{9}{25}}\right)^3 = \dfrac{27}{125}$ 1M

$\therefore$ 較小圓柱體的體積

$= \dfrac{1}{3}\pi(8)^2(57)\left(\dfrac{27}{27 + 125}\right)\ \text{cm}^3$ 1M

$= \underline{\underline{216\pi\ \text{cm}^3}}$ 1A

(b) 設 r cm 為較小圓柱體的底半徑。

$\pi r^2(24) = 216\pi$ 1M

$r^2 = 9$

$r = 3$

$\therefore$ 較小圓柱體的底半徑是 3 cm。

較小圓柱體的總表面面積

$= [2\pi(3)^2 + 2\pi(3)(24)]\ \text{cm}^2$ 1M

$= 162\pi\ \text{cm}^2$

$\dfrac{\text{較小圓柱體的總表面面積}}{\text{較大圓柱體的總表面面積}} = \dfrac{9}{25}$

較大圓柱體的總表面面積 $= \dfrac{25}{9}(162\pi)\ \text{cm}^2$ 1M

$= 450\pi\ \text{cm}^2$

$= 1\,410\ \text{cm}^2$ (準確至三位有效數字)

$< 1\,500\ \text{cm}^2$

$\therefore$ <u>同意該宣稱。</u> 1A

另解

設 r cm 為較小圓柱體的底半徑。

$\pi r^2(24) = 216\pi$ 1M

$r^2 = 9$

$r = 3$

$\therefore$ 較小圓柱體的底半徑是 3 cm。

$\dfrac{\text{較小圓柱體的底半徑}}{\text{較大圓柱體的底半徑}} = \sqrt{\dfrac{9}{25}}$

較大圓柱體的底半徑 $= \dfrac{5}{3}(3)$ cm

$= 5$ cm

$\dfrac{\text{較小圓柱體的高}}{\text{較大圓柱體的高}} = \sqrt{\dfrac{9}{25}}$

較大圓柱體的高 $= \dfrac{5}{3}(24)$ cm 1M

$= 40$ cm

較大圓柱體的總表面面積

$= [2\pi(5)^2 + 2\pi(5)(40)]\ \text{cm}^2$ 1M

$= 450\pi\ \text{cm}^2$

$= 1\,410\ \text{cm}^2$ (準確至三位有效數字)

$< 1\,500\ \text{cm}^2$

$\therefore$ <u>同意該宣稱。</u> 1A

4. (a) $\angle EBA = \angle ACD = 90^\circ$ (長方形性質)

$\angle EAD = 90^\circ$ (長方形性質)

$\angle AEB + \angle EBA = \angle DAC + \angle EAD$ (△ 外角)

$\angle AEB + 90^\circ = \angle DAC + 90^\circ$

$\angle AEB = \angle DAC$

$\angle BAE = 180^\circ - \angle EBA - \angle AEB$ (△ 內角和)

$= 180^\circ - \angle ACD - \angle DAC$

$= \angle CDA$ (△ 內角和)

$\therefore$ $\underline{\triangle EBA \sim \triangle ACD}$ (AAA)

評分標準：	
情況 1 附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2 未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) (i) $DC = EB + EA$

$= (18 + 30)$ cm

$= \underline{\underline{48 \text{ cm}}}$ 1A

(ii) 在 $\triangle EBA$ 中，

$BA = \sqrt{30^2 - 18^2}$ cm

$= 24$ cm

$\because$ $\triangle EBA \sim \triangle ACD$

$\therefore$ $\dfrac{AD}{EA} = \dfrac{DC}{AB}$ 1M

$\dfrac{AD}{30 \text{ cm}} = \dfrac{48 \text{ cm}}{24 \text{ cm}}$

$AD = 2(30)$ cm

$= \underline{\underline{60 \text{ cm}}}$ 1A

(iii) $DE = \sqrt{30^2 + 60^2}$ cm

$= \sqrt{4\,500}$ cm

設 x cm 為 A 與 T 間的最短距離。

藉考慮 $\triangle ADE$ 的面積，

$\dfrac{1}{2}(DE)(x \text{ cm}) = \dfrac{1}{2}(EA)(AD)$ 1M

$\sqrt{4\,500}\,(x) = 30(60)$

$x = 26.8$ (準確至三位有效數字)

$\therefore$ A 與 T 間的最短距離大於 26 cm。

$\therefore$ <u>不同意該宣稱。</u> 1A

5. (a) C 的方程是

$4x^2 + 4y^2 - 72x - 96y + 611 = 0$

$x^2 + y^2 - 18x - 24y + \dfrac{611}{4} = 0$

G 的坐標 $= \left(-\dfrac{-18}{2}, -\dfrac{-24}{2}\right) = (9\ ,\ 12)$

$OG = \sqrt{(9-0)^2 + (12-0)^2}$ 1M

$= \underline{\underline{15}}$ 1A

(b) C 的半徑 $= \sqrt{\left(\dfrac{-18}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{-24}{2}\right)^2 - \dfrac{611}{4}}$

$= 8.5$

$< OG$

$\therefore$ $\underline{O\text{ 在 }C\text{ 外。}}$ 1A

(c) $\mathit{\Gamma}$ 是 OG 的垂直平分線。

假設 $\mathit{\Gamma}$ 與 OG 相交於 M。

$GM = \dfrac{OG}{2} = 7.5$ 1M

$\because$ $\cos\angle AGM = \dfrac{GM}{AG} = \dfrac{7.5}{8.5}$ 1M

$\therefore$ $\angle AGM = 28.072°$ (準確至五位有效數字)

扇形 GAB 的面積

$= \pi(8.5)^2\left(\dfrac{2\times 28.072°}{360°}\right)$ 1M

$= \underline{\underline{35.4}}$ (準確至三位有效數字) 1A

6. (a) 所求的概率

$= \dfrac{C_3^4 + C_3^6 + C_3^3}{C_3^{13}}$ 1M

$= \underline{\underline{\dfrac{25}{286}}}$ 1A

另解

所求的概率

$= \dfrac{4}{13}\left(\dfrac{3}{12}\right)\left(\dfrac{2}{11}\right) + \dfrac{6}{13}\left(\dfrac{5}{12}\right)\left(\dfrac{4}{11}\right) + \dfrac{3}{13}\left(\dfrac{2}{12}\right)\left(\dfrac{1}{11}\right)$ 1M

$= \underline{\underline{\dfrac{25}{286}}}$ 1A

(b) P(抽出 3 隻不同顏色的筆)

$= \dfrac{C_1^4\, C_1^6\, C_1^3}{C_3^{13}}$

$= \dfrac{36}{143}$

所求的概率

$= 1 - \dfrac{25}{286} - \dfrac{36}{143}$ 1M

$= \underline{\underline{\dfrac{189}{286}}}$ 1A

另解

所求的概率

$= \dfrac{C_1^4 C_2^6 + C_2^4 C_1^6 + C_1^6 C_2^3 + C_2^6 C_1^3 + C_1^4 C_2^3 + C_2^4 C_1^3}{C_3^{13}}$ 1M

$= \underline{\underline{\dfrac{189}{286}}}$ 1A

7. (a) $P(1) + P(2) + P(3) + \cdots + P(n+1)$

$= [2(1) + 3] + [2(2) + 3] + [2(3) + 3] + \cdots + [2(n+1) + 3]$

$= 5 + 7 + 9 + \cdots + (2n + 5)$

$= \dfrac{n+1}{2}[2(5) + (n + 1 - 1)(2)]$ 1M

$= \underline{(n+1)(n+5)}$ 1A

(b)

$$\begin{aligned}
\log_5 [Q(1)\, Q(2)\, Q(3) \cdots Q(n+1)] &> 1\,000 \\
\log_5 Q(1) + \log_5 Q(2) + \log_5 Q(3) + \cdots + \log_5 Q(n+1) &> 1\,000 \\
\log_5 5^{P(1)} + \log_5 5^{P(2)} + \log_5 5^{P(3)} + \cdots + \log_5 5^{P(n+1)} &> 1\,000 \quad \text{1M} \\
P(1) + P(2) + P(3) + \cdots + P(n+1) &> 1\,000 \\
(n+1)(n+5) &> 1\,000 \quad \text{1M} \\
n^2 + 6n - 995 &> 0
\end{aligned}$$

$\therefore$ $n < \dfrac{-6 - \sqrt{6^2 - 4(1)(-995)}}{2(1)}$ 或 $n > \dfrac{-6 + \sqrt{6^2 - 4(1)(-995)}}{2(1)}$

$n < -34.7$ 或 $n > 28.7$ (準確至一位小數)

$\because$ n 是正整數。

$\therefore$ $\underline{n \text{ 的最小值是 } 29 \text{。}}$ 1A

另解

$\log_5 [Q(1)\,Q(2)\,Q(3)\ \cdots\ Q(n+1)] > 1\,000$

$\log_5 [5^{P(1)}\,5^{P(2)}\,5^{P(3)}\ \cdots\ 5^{P(n+1)}] > 1\,000$

$\log_5 [5^{P(1)+P(2)+P(3)+\ \cdots\ +P(n+1)}] > 1\,000$ 1M

$P(1)+P(2)+P(3)+\cdots+P(n+1) > 1\,000$

$(n+1)(n+5) > 1\,000$ 1M

$n^2+6n-995 > 0$

$\therefore\ n < \dfrac{-6-\sqrt{6^2-4(1)(-995)}}{2(1)}$ 或 $n > \dfrac{-6+\sqrt{6^2-4(1)(-995)}}{2(1)}$

$n < -34.7$ 或 $n > 28.7$ (準確至一位小數)

$\because$ n 是正整數。

$\therefore$ n 的最小值是 29。 1A

8. (a) L_1 的方程是

$$y = \frac{-3-2}{4-0}x+2$$

$$4y = -5x+8$$

$5x+4y-8=0$ 1A

L_2 的方程是

$$y = \frac{-3-0}{4-8}(x-8)$$

$$-4y = -3x+24$$

$3x-4y-24=0$ 1A

$\therefore$ 該不等式組是

$$\begin{cases} 5x+4y-8 \le 0 \\ 3x-4y-24 \le 0 \\ x \ge 0 \end{cases}$$ 。 1A

(b) 把 $x=0$ 代入 $3x-4y-24=0$。

$3(0)-4y-24=0$

$y=-6$

$\therefore$ L_1 與 y 軸相交於 $(0\,,-6)$。

該三個頂點是 $(4\,,-3)$、$(0\,,2)$ 及 $(0\,,-6)$。

在 $(4\,,-3)$，$4x+9y=4(4)+9(-3)=-11$。

在 $(0\,,2)$，$4x+9y=4(0)+9(2)=18$。 1M

在 $(0\,,-6)$，$4x+9y=4(0)+9(-6)=-54$。

$\therefore$ $4x+9y$ 的最大值是 18。 1A

9. (a) 在 $\triangle PRS$ 中，

$$\angle PRS = 180° - \angle SPR - \angle PSR$$
$$= 180° - 105° - 42°$$
$$= 33°$$

根據正弦公式，

$$\frac{RS}{\sin\angle SPR} = \frac{PS}{\sin\angle PRS} \quad \text{1M}$$

$$\frac{RS}{\sin 105°} = \frac{21\text{ cm}}{\sin 33°}$$

$$RS \approx 37.243\,827\,65\text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{37.2\text{ cm}}}$$ (準確至三位有效數字) 1A

(b) 在 $\triangle QRS$ 中，根據餘弦公式，

$$QS^2 = QR^2 + RS^2 - 2(QR)(RS)\cos\angle SRQ \quad \text{1M}$$

$$QS \approx \sqrt{21^2 + 37.243\,827\,65^2 - 2(21)(37.243\,827\,65)\cos 85°}\text{ cm}$$

$= 41.1$ cm (準確至三位有效數字)

> 40 cm

∴ <u>S 與 Q 間的距離大於 40 cm。</u> 1A