

姓名：_____ 班別：_____ ()

(A1) 多項式的因式分解**要點重溫**

把多項式分解為因式相乘的過程稱為因式分解。以下是一些常見的方法：

(a) 提取公因式

例如： (i) $x^2 + 5x = \underline{x(x+5)}$

(ii) $3x^2 - 12x = \underline{3x(x-4)}$

(b) 利用恆等式 $x^2 - y^2 \equiv (x+y)(x-y)$

例如： (i) $x^2 - 1 = \underline{(x+1)(x-1)}$

(ii) $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2$
 $= \underline{(2x+3)(2x-3)}$

(c) 利用恆等式 $x^2 + 2xy + y^2 \equiv (x+y)^2$ 及 $x^2 - 2xy + y^2 \equiv (x-y)^2$

例如： (i) $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2(x)(4) + 4^2$
 $= \underline{(x+4)^2}$

(ii) $9x^2 - 12x + 4 = (3x)^2 - 2(3x)(2) + 2^2$
 $= \underline{(3x-2)^2}$

(d) 十字相乘法

例如： (i) $x^2 + 7x - 8 = \underline{(x-1)(x+8)}$

x	-1
x	$+8$
$-x \qquad +8x = +7x$	

(ii) $10x^2 + x - 2 = \underline{(2x+1)(5x-2)}$

$2x$	$+1$
$5x$	-2
$+5x \qquad -4x = +x$	

例題**例1** 試題參考：HKDSE 2021 (卷一) Q3

因式分解

(a) $2x^2 - xy - 6y^2$,

(b) $2x^2 - xy - 6y^2 - 5x + 10y$ 。

解

(a) $2x^2 - xy - 6y^2 = \underline{(x - 2y)(2x + 3y)}$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad 2x^2 - xy - 6y^2 - 5x + 10y &= (x - 2y)(2x + 3y) - 5x + 10y \\
 &= (x - 2y)(2x + 3y) - 5(x - 2y) \\
 &= \underline{(x - 2y)(2x + 3y - 5)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & x & -2y \\
 & \diagdown & \diagup \\
 2x & & +3y \\
 \hline
 -4xy & & +3xy = -xy
 \end{array}$$

即時訓練 1

因式分解

(a) $3x^2 - xy - 4y^2$,

(b) $3x^2 - xy - 4y^2 - 6x + 8y$ 。

例2 試題參考：HKDSE 2022 (卷一) Q3

因式分解

(a) $4x^2 - 12x + 9$,

(b) $(3x + 1)^2 - 4x^2 + 12x - 9$ 。

解

(a) $4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2(2x)(3) + 3^2$
 $= \underline{(2x - 3)^2}$

(b) $(3x + 1)^2 - 4x^2 + 12x - 9 = (3x + 1)^2 - (4x^2 - 12x + 9)$
 $= (3x + 1)^2 - (2x - 3)^2$
 $= [(3x + 1) + (2x - 3)] [(3x + 1) - (2x - 3)]$
 $= \underline{(5x - 2)(x + 4)}$

即時訓練 2

因式分解

(a) $9x^2 - 6x + 1$,

(b) $(5x + 2)^2 - 9x^2 + 6x - 1$ 。

習題 A1

因式分解下列各式。[第 1–4 題]

1. $x^2 + 4x$

2. $3xy - 9x^3y^2$

3. $2xy + y - 6x - 3$

4. $2a^2 - ab + 2a - b$

因式分解下列各式。[第 5–10 題]

5. $36a^2 - 25$

6. $49x^2 - 64y^2$

7. $x^2 + 20x + 100$

8. $4 + 36x + 81x^2$

9. $64y^2 - 16y + 1$

10. $25m^2 - 20mn + 4n^2$

因式分解下列各式。[第 **11–16** 題]

11. $x^2 + 9x + 14$

12. $x^2 + 5x - 24$

13. $2x^2 + 7x + 3$

14. $5x^2 + 8x - 4$

15. $4x^2 - 14x + 12$

16. $15x^2 + x - 6$

17. 因式分解

(a) $2x^2 + xy - 3y^2$,

(b) $2x^2 + xy - 3y^2 - 4x - 6y$ 。

試題參考：HKDSE 2021 (卷一) Q3**18. 因式分解**

(a) $x^2 - 5xy + 6y^2$,

(b) $x^2 - 5xy + 6y^2 + 8x - 16y$ 。

試題參考：HKDSE 2017 (卷一) Q3

19. 因式分解

(a) $4x^2 + 20x + 25$,

(b) $(5x - 3)^2 - 4x^2 - 20x - 25$ 。

試題參考：HKDSE 2022 (卷一) Q3

20. 因式分解

(a) $49m^2 - 14m + 1$,

(b) $(8m + n)^2 - 49m^2 + 14m - 1$ 。

試題參考：HKDSE 2022 (卷一) Q3

21. 因式分解

(a) $\alpha^2 + 2\alpha - 8$,

(b) $\alpha^4 + 2\alpha^3 - 8\alpha^2$ 。

試題參考：HKDSE 2020 (卷一) Q2

22. 因式分解

(a) $x^3 - 2x^2y - 9x^2$,

(b) $x^3 - 2x^2y - 9x^2 - 4x + 8y + 36$ 。

試題參考：HKDSE 2015 (卷一) Q4

23. 因式分解

(a) $4r^3s + 12r^2$,

(b) $4r^3s + 12r^2 - rs^3 - 3s^2$ 。

試題參考：HKDSE 2018 (卷一) Q4

24. 因式分解

(a) $7m - 14n$,

(b) $m^2 + 3mn - 10n^2$,

(c) $m^2 + 3mn - 10n^2 - 7m + 14n$ 。

試題參考：HKDSE 2016 (卷一) Q3

25. 因式分解

(a) $9m^2 - 16$,

(b) $3m^2n - 11mn - 20n$,

(c) $9m^2 - 16 - 3m^2n + 11mn + 20n$ 。

試題參考：HKDSE 2019 (卷一) Q4

★ 挑戰園地 ★

*26. 因式分解 $\alpha^7 - \alpha^3 + \alpha^2 - 1$ 。

姓名：_____ 班別：_____ ()

(A2) 整數指數定律**要點重溫****A. 整數指數**

假設 n 是一個正整數及 a 是一個實數。

(a) 正整數指數

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個 } a}$$

a 稱為底，而 n 稱為指數。

例如： (i) $6^5 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

(ii) $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

注意： a^n 讀作「 a 的 n 次方」或「 a 的 n 次冪」。

(b) 零指數及負整數指數

對於 $a \neq 0$ ， $a^0 = 1$ 及 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 。

例如： (i) $38^0 = 1$

(ii) $7^{-2} = \frac{1}{7^2}$

注意： 0^0 及 0^{-n} 都是未下定義的。

B. 整數指數定律

設 $a \neq 0$ ， $b \neq 0$ ，而 m 及 n 是任意整數。

	整數指數定律	例子
(a)	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$
(b)	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{x^8}{x^6} = x^{8-6} = x^2$
(c)	$(a^m)^n = a^{mn}$	$(x^7)^3 = x^{7 \times 3} = x^{21}$
(d)	$(ab)^n = a^n b^n$	$(2x)^4 = 2^4 x^4 = 16x^4$
(e)	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{x}{4}\right)^3 = \frac{x^3}{4^3} = \frac{x^3}{64}$

例題**例1** 試題參考：HKDSE 2021 (卷一) Q1

化簡 $(ab^3)(a^{-1}b^2)^3$ ，並以正指數表示答案。

解

$$\begin{aligned}(ab^3)(a^{-1}b^2)^3 &= (ab^3)[a^{(-1)\times 3}b^{2\times 3}] \\&= (ab^3)(a^{-3}b^6) \\&= a^{1-3}b^{3+6} \\&= a^{-2}b^9 \\&= \frac{b^9}{a^2}\end{aligned}$$

即時訓練 1

(a) 化簡 $(a^2b)(a^{-2}b)^4$ ，並以正指數表示答案。

(b) 化簡 $(x^5y)^{-3}(x^2y^{-4})$ ，並以正指數表示答案。

例2 試題參考：HKDSE 2022 (卷一) Q1

化簡 $\frac{(a^2b^{-3})^4}{a^{-6}b^7}$ ，並以正指數表示答案。

解

$$\begin{aligned}\frac{(a^2b^{-3})^4}{a^{-6}b^7} &= \frac{a^{2 \times 4}b^{(-3) \times 4}}{a^{-6}b^7} \\ &= \frac{a^8b^{-12}}{a^{-6}b^7} \\ &= \frac{a^{8-(-6)}}{b^{7-(-12)}} \\ &= \frac{a^{14}}{b^{19}}\end{aligned}$$

即時訓練 2

(a) 化簡 $\frac{(a^{-5}b^4)^3}{a^9b^{-2}}$ ，並以正指數表示答案。

(b) 化簡 $\frac{(m^2n^{-7})^4}{m^{-3}}$ ，並以正指數表示答案。

習題 A2

化簡下列各數式，並以正指數表示答案。[第 1–18 題]

1. $m^3 \times m^5$

2. $n^2 \times n^{-6}$

3. $\frac{x^6}{x^9}$

4. $\left(\frac{3^0}{p}\right)^2$

5. $(a^2b^0)^{-3}$

6. $(x^3y^{-5})^{-2}$

7. $\left(\frac{a^2}{b^{-1}}\right)^3$

8. $(x^{-4}y^7)\left(\frac{x}{y}\right)^5$

9. $(xy^3)(xy^{-7})^4$

試題參考：HKDSE 2021 (卷一) Q1

10. $(mn^3)^{-2}(m^{-6}n^7)$

試題參考：HKDSE 2021 (卷一) Q1

11. $(ab^4)(a^{-3}b^2)^6$

試題參考：HKDSE 2021 (卷一) Q1

12. $\frac{(mn^{-3})^7}{m^{-8}}$

試題參考：HKDSE 2020 (卷一) Q1

13. $\frac{(x^2y^{-3})^4}{y^5}$

試題參考：HKDSE 2014 (卷一) Q1

14. $\frac{m^6}{(m^4n^{-7})^5}$

試題參考：HKDSE 2015 (卷一) Q1

15. $\frac{(a^{-3}b^2)^5}{a^7b^{-6}}$

試題參考：HKDSE 2022 (卷一) Q1

16. $\frac{x^7y}{(x^4y^{-5})^3}$

試題參考：HKDSE 2018 (卷一) Q2

17. $\frac{(x^8 y^9)^{-2}}{x^6 y^{-5}}$

試題參考：HKDSE 2016 (卷一) Q1

18. $\frac{(m^5 n^{-2})^3}{(m^{-4})^7}$

試題參考：HKDSE 2017 (卷一) Q2

★ 挑戰園地 ★

*19. 化簡 $(a^{-4})^5 \left[\frac{(a^{-7}b^8)^4}{(a^6b^{-9})^{-1}} \right]^3$ ，並以正指數表示答案。

*20. 把 $\frac{32^{299}}{2^{1094}}$ 寫成 a^p 的形式，其中 a 及 p 都是正整數。