

DSE 小型模擬試卷 S4 & S5 簡介

DSE 小型模擬試卷 S4 & S5 是 DSE 2-4-5** 升級套裝中的一個強效配套。各套小型模擬試卷分別按初中、中四和中五已學習的知識精心設計，並緊貼 DSE 最新趨勢，讓學生能在中四和中五階段有序地備戰 DSE。

各套小型模擬試卷的結構如下：

模擬試卷	卷一的結構	卷二的結構
S4	● 17 題 (甲部 (1) : 8, 甲部 (2) : 5, B : 4) ● 90 分 (每部分各佔 30 分) ● 時限：2 小時 ● 涵蓋範圍：初中課題及中四課題	● 36 題 (甲部：24, 乙部：12) ● 時限：1 小時 ● 涵蓋範圍：初中課題及中四課題
S5	● 19 題 (甲部 (1) : 9, 甲部 (2) : 5, B : 5) ● 105 分 (每部分各佔 35 分) ● 時限：2 小時 15 分鐘 ● 涵蓋範圍：初中課題、中四課題及中五課題	● 45 題 (甲部：30, 乙部：15) ● 時限：1 小時 15 分鐘 ● 涵蓋範圍：初中課題、中四課題及中五課題

此樣本提供以下按年累進的小型模擬試卷：

S4

DSE 小型模擬試卷 S4 卷一

DSE 小型模擬試卷 S4 卷二

DSE 小型模擬試卷 S4 卷一 題解

DSE 小型模擬試卷 S4 卷二 題解

S5

DSE 小型模擬試卷 S5 卷一

DSE 小型模擬試卷 S5 卷二

DSE 小型模擬試卷 S5 卷一 題解

DSE 小型模擬試卷 S5 卷二 題解

牛津大學出版社
DSE 小型模擬試卷 S4

數學 必修部分
試卷一
試題答題簿

本試卷必須用中文作答
兩小時完卷

考生須知

1. 在第 1 頁之適當位置寫下你的姓名、班別及班號。
2. 本試卷分三部，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。
3. 本試卷各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。不可在各頁邊界以外位置書寫。寫於邊界以外的答案，將不予評閱。
4. 如有需要，可要求派發方格紙及補充答題紙。每張紙均須寫下你的姓名及填畫試題編號，並用繩縛於簿內。
5. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
6. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
7. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

©牛津大學出版社 2023

姓 名	
班 別	()

	由閱卷員填寫	由試卷主席填寫
	閱卷員編號	試卷主席編號
試題編號	積分	積分
1-2		
3-4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
總分		

甲部 (1) (30 分)

1. 化簡 $(a^{-3}b^2)(a^5b^{-1})^4$ ，並以正指數表示答案。 (3分)

[illegible]

2. 令 h 成為公式 $\frac{2k}{1-3h}=4$ 的主項。 (3 分)

[illegible]

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

3. 因式分解

(a) $8m^2 - 14mn + 3n^2$,

(b) $12m - 18n - 16m^2 + 28mn - 6n^2$.

(3 分)

4. 俊庭和凱欣原來共有 60 粒彈珠。若凱欣把她的其中 10 粒彈珠給俊庭，則俊庭擁有的彈珠數目是凱欣擁有的三分之一。求凱欣原來擁有的彈珠數目。

(3 分)

5. 某裙子的成本較其標價低 \$120。若該裙子以標價的八折售出，則會虧蝕 10%。求該裙子的成本。

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

6. 設 $g(x) = a - (x + 2)(b - x)$ ，其中 a 和 b 都是常數。若 $g(-3) = g(0) = 6$ ，求

(a) a 和 b 的值，

(b) $g(-1)$ 。

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

7. 設 $f(x) = px^2 - 20x + 4$ ，其中 p 是常數。已知方程 $f(x) = 0$ 有等根。求

(a) p 的值，

(b) $y = f(x) - 64$ 的圖像的 x 截距。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

8. 圖 1 顯示圓 $PQRST$ 。若 $QS = PR$ ， $\angle QPR = 20^\circ$ 和 $\angle PSQ = 43^\circ$ ，求 $\angle PTS$ 。

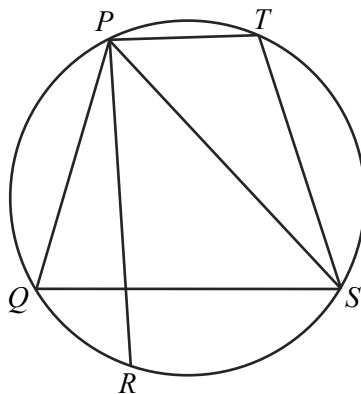


圖 1

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

甲部 (2) (30 分)

9. 設 c 為常數。 $y = x^2 + 2x - c$ 的圖像與 y 軸相交於 $(0, -15)$ 。

- (a) 寫出 c 的值。
- (b) 求圖像的 x 截距。
- (c) 由此，求圖像的對稱軸的方程。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

10. 化簡下列各式。

(a)
$$\frac{[1 + \sin(90^\circ - \theta)][1 - \cos(360^\circ - \theta)]}{\sin(270^\circ + \theta)\cos(-\theta)}$$

(b)
$$\frac{\cos^2 \theta + 2\sin(180^\circ + \theta) - 2}{\cos(90^\circ + \theta) - 1}$$

(6 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

11. 在圖 2 中， O 是圓 $ABCD$ 的圓心。 AD 是圓的一直徑。 BD 與 OC 相交於點 T 。已知 $\angle BAD = 65^\circ$ 。

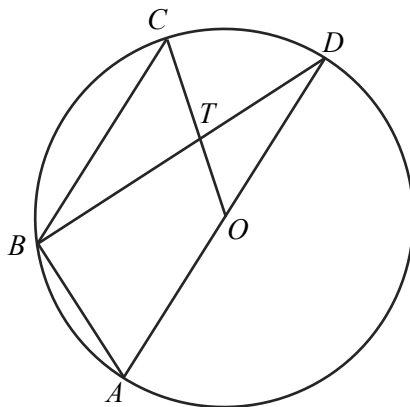


圖 2

- (a) 求 $\angle BDA$ 。
- (b) 假設 $\angle OTD = 105^\circ$ 。 BC 是否平行於 AD ？試解釋你的答案。

(6 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

12. 在圖 3 中，直線 L_1 與 L_2 相交於點 M 。 L_1 通過點 $P(2, 10)$ 和點 $Q(-6, 0)$ ，其中 M 是 PQ 的中點。已知 L_2 的傾角是 135° 。

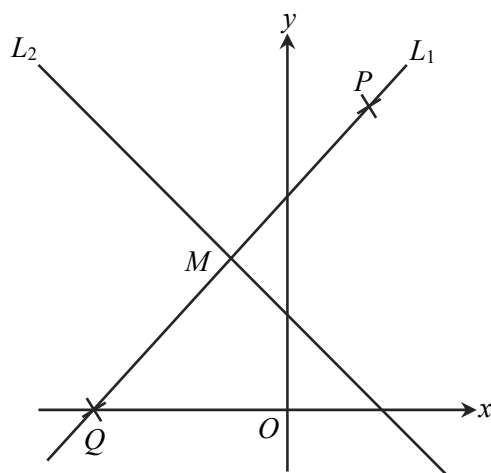


圖 3

- (a) 求 L_2 的方程。
- (b) 某學生宣稱 L_1 垂直於 L_2 。你是否同意？試解釋你的答案。

(6 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

13. 多項式 $h(x)$ 可被 $2x + 3$ 整除。當 $h(x)$ 除以 $2x^2 + x + k$ 時，商式和餘式分別是 $x^2 - 4x + 6$ 和 $-9x + 20 + k$ ，其中 k 是常數。

- (a) 求 k 。
- (b) 證明 $x - 1$ 是 $h(x)$ 的因式。
- (c) 方程 $h(x) = 0$ 有多少個有理根？試解釋你的答案。

(7 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

乙部 (30 分)

14. (a) 以 $a + bi$ 的形式表示 $\frac{20}{1-3i}$ 和 $\frac{20}{1+3i}$ ，其中 a 和 b 都是實數。 (2 分)

(b) 設 $\alpha = \frac{20}{1-3i}$ 和 $\beta = \frac{20}{1+3i}$ 。

(i) 建立一個以 x 為未知數，而兩根為 α 和 β 的二次方程。

(ii) 由此，求 $\alpha^2 + 4\beta - 40$ 的值。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

15. (a) 設 $f(x) = 32x - x^2$ 。利用配方法，求 $y = f(x)$ 的圖像的頂點的坐標。 (2 分)

(b) 一條繩長 128 cm。家樂把該繩剪成 3 段。最長的一段用來圍成一個面積為 $A \text{ cm}^2$ 的長方形區域，餘下的兩段各長 $x \text{ cm}$ ，它們用來把該區域分割成三個小長方形，如圖 4 所示。

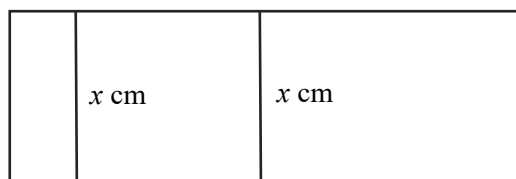


圖 4

(i) 以 x 表示 A 。

(ii) 家樂宣稱該區域的面積不能多於 510 cm^2 。你是否同意？試解釋你的答案。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

16. 解下列各方程。

(a) $2(16^{2+3x}) = 64^{1-x}$ (2 分)

(b) $\frac{1}{2} - \log_4(x+1) = \log_4(x-1)$ (3 分)

(c) $\sqrt{3} \tan (90^{\circ}-\theta)=2 \cos \theta$, 其中 $0^{\circ} \leq \theta<360^{\circ}$ (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

17. 在圖 5 中， XA 和 XC 分別是圓 $AYBC$ 在點 A 和點 C 的切線。 XY 分別與 AB 和 AC 相交於點 H 和點 K 。已知 $HB = HC$ 。

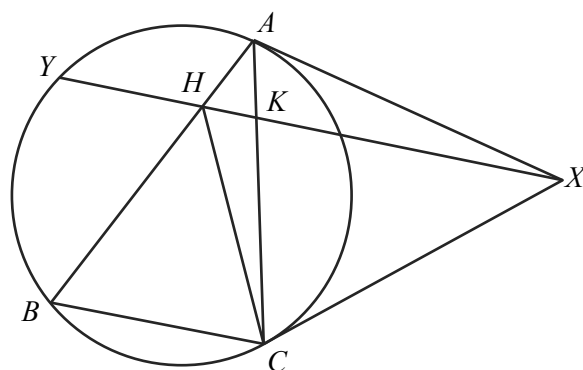


圖 5

- (a) 證明

- (i) H 、 A 、 X 和 C 共圓，

- (ii) $YX \parallel BC$.

(5 分)

- (b) 某學生宣稱 $HKCB$ 是一個圓內接四邊形。你是否同意？試解釋你的答案。

(3 分)

[illegible]

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

— 試卷完 —

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

牛津大學出版社
DSE 小型模擬試卷 S4

數學 必修部分
試卷二

一小時完卷

考生須知

- (一) 細讀答題紙上的指示，並填上各項所需資料。
- (二) 試場主任宣布開卷後，考生須檢查試題有否缺漏，最後一題之後應有「**試卷完**」字樣。
- (三) 本試卷各題佔分相等。
- (四) **本試卷全部試題均須回答**。為便於修正答案，考生宜用 HB 鉛筆把答案填畫在答題紙上。錯誤答案可用潔淨膠擦將筆痕徹底擦去。
- (五) 每題只可填畫**一個**答案，若填畫多個答案，則該題**不給分**。
- (六) 答案錯誤，不另扣分。

甲部共 **24** 題，乙部共 **12** 題。
本試卷的附圖不一定依比例繪成。
選出每題最佳的答案。

1. $\frac{81^{4n}}{(27^{2n})(3^{-2n})} =$

- A. 9^{2n} 。
- B. 9^{6n} 。
- C. 9^{8n} 。
- D. 9^{12n} 。

2. 若 $k(2 - c) = -c(k - 3)$ ，則 $k =$

- A. $\frac{3}{2}c$ 。
- B. $-\frac{3}{2}c$ 。
- C. $\frac{c-3}{c+2}$ 。
- D. $\frac{c+3}{c+2}$ 。

3. $a^3 + a^2 - ab^2 - b^2 =$

- A. $2(a + b)(a - b)$ 。
- B. $(a + 1)(a - b)^2$ 。
- C. $(a - 1)(a + b)(a - b)$ 。
- D. $(a + 1)(a + b)(a - b)$ 。

4. $\frac{3}{3-y} - \frac{2}{2-y} =$

A. $\frac{y}{(y-3)(2-y)}$ 。

B. $\frac{y}{(y-3)(y-2)}$ 。

C. $\frac{5y}{(y-3)(2-y)}$ 。

D. $\frac{5y}{(y-3)(y-2)}$ 。

5. 若 $x = -1.8$ (準確至兩位有效數字)，求 x 值的範圍。

A. $-1.9 < x \leq -1.7$

B. $-1.9 \leq x < -1.7$

C. $-1.85 < x \leq -1.75$

D. $-1.85 \leq x < -1.75$

6. 若 p 、 q 和 r 都是非零常數，使 $2p(1-x) \equiv r(x+5) - q(x+3)$ ，則 $p:r =$

A. $1:2$ 。

B. $1:4$ 。

C. $2:1$ 。

D. $4:1$ 。

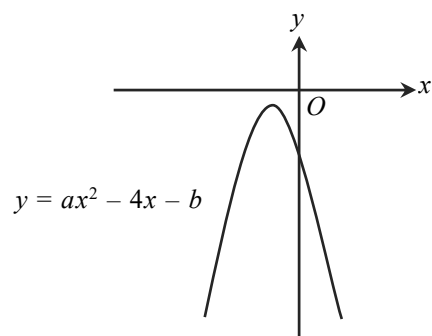
7. 設 m 是一個非零常數。若二次方程 $mx^2 - 3(mx - 1) = 0$ 有等根，則 $m =$
- A. $-\frac{4}{3}$ 。
B. $-\frac{4}{9}$ 。
C. $\frac{4}{9}$ 。
D. $\frac{4}{3}$ 。
8. 設 $f(x + 1) = (h - x)(x + 2) - k$ ，其中 h 和 k 都是常數。若 $f(2) = f(0) = 3$ ，則 $k =$
- A. 0。
B. 2。
C. 5。
D. 12。
9. 若 $g(x) = -3(x + 2)$ ，則 $g(x) - g(x - 1) =$
- A. $g(1) + 4$ 。
B. $-g(1)$ 。
C. $\frac{g(1)}{3}$ 。
D. $-\frac{g(1)}{3}$ 。
10. 設 v 和 w 是兩個非零常數。下列哪些有關 $y = -(x + v)^2 - w^2$ 的圖像的描述正確？
- I. 圖像開口向下。
II. 圖像的 y 截距是負數。
III. 圖像與 x 軸相交。
- A. 只有 I 及 II
B. 只有 I 及 III
C. 只有 II 及 III
D. I、II 及 III

11. 下列哪項有關 $y = 18 - x(3 + x)$ 的圖像的描述正確？

- A. 圖像通過點 $(-4, 21)$ 。
- B. 圖像的 y 截距是 15。
- C. 圖像沒有 x 截距。
- D. 圖像的對稱軸的方程是 $x = -1.5$ 。

12. 圖中顯示 $y = ax^2 - 4x - b$ 的圖像，其中 a 和 b 都是常數。下列何者正確？

- A. $a < b$ 和 $ab > -4$
- B. $a < b$ 和 $ab < -4$
- C. $a > b$ 和 $ab > -4$
- D. $a > b$ 和 $ab < -4$



13. 設 c 是一個常數。 $y = 2x^2 - 4x + c$ 的圖像與 y 軸相交於 $(0, -30)$ 。圖像的頂點的坐標是

- A. $(-1, -24)$ 。
- B. $(-1, -12)$ 。
- C. $(1, -32)$ 。
- D. $(1, -16)$ 。

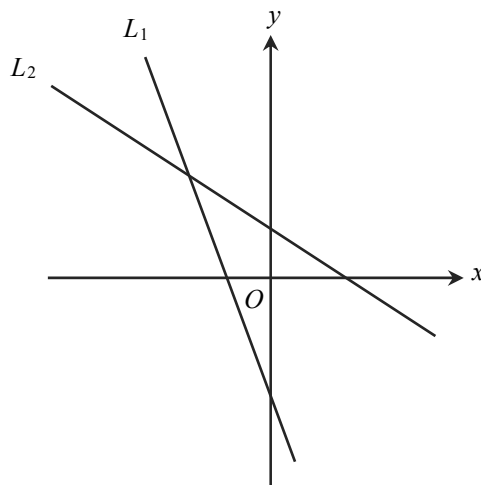
14. 設 $h(x)$ 為一多項式，它可被 $x + 2$ 整除。當 $h(x)$ 除以 $x - 2$ 時，餘數是 -4 。當 $h(x)$ 除以 $x^2 - 4$ 時，餘式是甚麼？

- A. $x - 2$
- B. $-x - 2$
- C. $-2x + 1$
- D. $-2x - 2$

15. 設 $f(x) = kx^2 - 7x - 9$ ，其中 k 是常數。若 $f(-1) : f(3) = 1 : 3$ ，求當 $f(x)$ 除以 $x + 2$ 時的餘數。
- A. -3
B. -7
C. 13
D. 21
16. 設 $F(x) = 3mx^3 + x^2 - mx - 5$ ，其中 m 是常數。若 $x + 1$ 是 $F(x)$ 的因式，則 $F(-2) =$
- A. -45 。
B. -29 。
C. 35 。
D. 43 。
17. P 、 Q 和 R 三點的坐標分別是 $(-6, 4)$ 、 $(1, 0)$ 和 $(5, 2)$ 。若 Y 是 QR 的中點，求通過 P 和 Y 的直線的方程。
- A. $x + y + 2 = 0$
B. $x + 3y - 6 = 0$
C. $3x + y - 10 = 0$
D. $3x + y + 14 = 0$
18. 直線 L 的方程是 $ax + by - 1 = 0$ ，其中 a 和 b 都是常數。若 L 垂直於直線 $6x + 4y + 3 = 0$ ，且通過點 $(4, 3)$ ，求 L 的 x 截距。
- A. $-\frac{1}{2}$
B. $\frac{1}{3}$
C. 6
D. 9

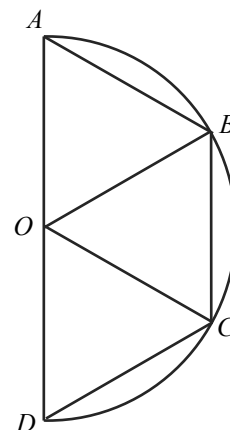
19. 在圖中，直線 L_1 和 L_2 的方程分別是 $mx - ny = 2$ 和 $px + qy = -3$ 。下列何者正確？

- I. $n > 0$
 - II. $pq > mn$
 - III. $p + q < n - m$
- A. 只有 I 及 II
 B. 只有 I 及 III
 C. 只有 II 及 III
 D. I、II 及 III



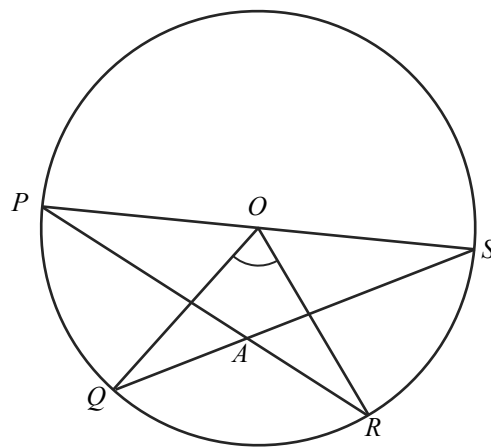
20. 在圖中， O 是半圓 $ABCD$ 的圓心。若 $OB \parallel DC$ 和 $\angle OCD = \theta$ ，下列何者必為正確？

- I. $\angle ABC = 180^\circ - \theta$
 - II. $\widehat{AB} = \widehat{BC}$
 - III. $AB = CD$
- A. 只有 I 及 II
 B. 只有 I 及 III
 C. 只有 II 及 III
 D. I、II 及 III



21. 在圖中， O 是圓 $PQRS$ 的圓心。 PS 是圓的一條直徑。 PR 與 QS 相交於點 A 。若 $\angle QAR = 126^\circ$ ，求 $\angle QOR$ 。

- A. 36°
 B. 54°
 C. 63°
 D. 72°



22. $[1 - \sin(90^\circ + \theta)][\cos(180^\circ + \theta) - 1] =$

- A. $-\sin^2 \theta$ 。
- B. $-\cos^2 \theta$ 。
- C. $-(1 - \sin \theta)^2$ 。
- D. $-(1 - \cos \theta)^2$ 。

23. 當 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 時， $\frac{-36}{3\sin^2 \theta - 2\sin(\theta - 180^\circ) + 1}$ 的最大值是

- A. -36 。
- B. -18 。
- C. -6 。
- D. 9 。

24. 若 $0^\circ < x < y < 90^\circ$ 和 $x + y = 90^\circ$ ，下列何者必為正確？

- I. $\sin^2 x + \cos^2(270^\circ - y) = 1$
- II. $\sin(90^\circ - x) > \cos y$
- III. $\frac{\tan(180^\circ + y)}{\tan(360^\circ - x)} < 0$

- A. 只有 I 及 II
- B. 只有 I 及 III
- C. 只有 II 及 III
- D. I、II 及 III

乙部

25. 定義 $z_1 = \frac{k-5i}{3-i}$ 和 $z_2 = \frac{-1-ki}{1+2i}$ ，其中 k 是實數。若 z_1 的實部等於 z_2 的實部，則 $15(z_2 - z_1)$ 的虛部是
- A. -77° 。
B. -33° 。
C. 0° 。
D. 33° 。
26. 設 β 是非零實數。定義 $x = \frac{1}{z+1}$ 和 $y = \frac{1}{z-1}$ ，其中 $z = \frac{\beta-i}{\beta+i}$ 。下列何者必為正確？
- I. y 的實部的負值等於 x 的實部。
II. x 的虛部是 y 的虛部的倒數。
III. z 的實部等於 $\frac{1}{z}$ 的實部。
- A. 只有 I
B. 只有 II
C. 只有 I 及 III
D. 只有 II 及 III
27. 若 $a \neq b$ 和 $3a^2 - 7a = 3b^2 - 7b = 12$ ，則 $(a-6)(b-6) =$
- A. 18° 。
B. 26° 。
C. 46° 。
D. 54° 。

28. 若 $3^{1-x} \cdot \sqrt{27^x} = 9^{x+2}$ ，則 $3^{\frac{x}{4}} =$

A. $-\frac{3}{2}$ 。

B. $-\frac{1}{2}$ 。

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

D. $\frac{2}{3}$ 。

29. 若 $3 = 10^m$ 和 $2 = 10^n$ ，則 $\log \frac{20}{81} =$

A. $n - 4m$ 。

B. $1 + n - 4m$ 。

C. $\frac{n}{4m}$ 。

D. $\frac{1+n}{4m}$ 。

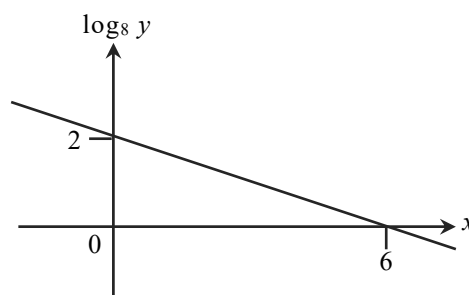
30. 以下的圖像顯示 x 與 $\log_8 y$ 的線性關係。若 $y = cd^x$ ，則 $d =$

A. $\frac{1}{2}$ 。

B. $\frac{1}{512}$ 。

C. 2 。

D. 512 。

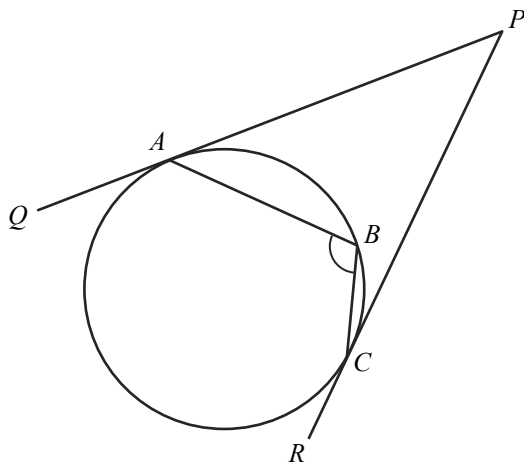


31. 設 $f(x) = -6x^2 - 24x - \sqrt{k} - 19$ ，其中 k 是非零常數。若 $f(x)$ 的最大值是 1，則 $k =$

- A. 2°
- B. 4°
- C. 16°
- D. 25°

32. 在圖中， PQ 和 PR 分別是圓 ABC 在 A 和 C 的切線。若 $\angle QPR = \frac{x}{2}$ ，則 $\angle ABC =$

- A. x°
- B. $90^\circ - \frac{x}{4}$
- C. $90^\circ + \frac{x}{4}$
- D. $90^\circ + \frac{x}{2}$



33. 三個數式的最大公因式和最小公倍式分別是 $a^7b^7c^3$ 和 $a^9b^8c^{10}$ 。若第一和第二個數式分別是 $a^7b^8c^7$ 和 $a^8b^8c^{10}$ ，則第三個數式是

- A. $a^8b^8c^3$
- B. $a^8b^8c^7$
- C. $a^9b^7c^3$
- D. $a^9b^7c^7$

34. $\frac{2}{x-3} + \frac{1+x}{(3-x)(3+x)} =$

A. $\frac{x+2}{x^2-9}$ 。

B. $\frac{x+5}{x^2-9}$ 。

C. $\frac{3x+2}{x^2-9}$ 。

D. $\frac{3x+5}{x^2-9}$ 。

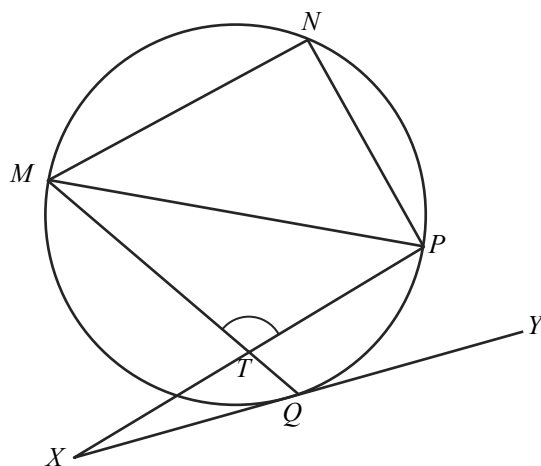
35. 在圖中， MP 是圓 $MNPQ$ 的直徑。 XY 是圓在 Q 的切線。 PX 與 MQ 相交於點 T 。 NP 垂直於 PX 。 若 $\angle NMP = 52^\circ$ 和 $\angle PXY = 14^\circ$ ，則 $\angle MTP =$

A. 90° 。

B. 102° 。

C. 104° 。

D. 114° 。



36. 當 $0^\circ < x < 360^\circ$ 時，方程 $2 \sin (90^\circ - x) \sin x - \sin (180^\circ + x) = 0$ 有多少個不同的根？

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

— 試卷完 —

DSE 小型模擬試卷 S4

卷一 評卷參考

解		分
1.	$(a^{-3}b^2)(a^5b^{-1})^4$ $= (a^{-3}b^2)(a^{20}b^{-4})$ $= a^{17}b^{-2}$ $= \frac{a^{17}}{b^2}$	1M 1M 1A ----- (3)
2.	$\frac{2k}{1-3h} = 4$ $2k = 4(1-3h)$ $k = 2-6h$ $6h = 2-k$ $h = \frac{2-k}{6}$	1M 1M 1A ----- (3)
3. (a)	$8m^2 - 14mn + 3n^2$ $= (2m-3n)(4m-n)$	1A
(b)	$12m - 18n - 16m^2 + 28mn - 6n^2$ $= 12m - 18n - 2(8m^2 - 14mn + 3n^2)$ $= 6(2m-3n) - 2(2m-3n)(4m-n)$ $= 2(2m-3n)(3-4m+n)$	1M 1A ----- (3)

P.2

解		分
7. (a)	$\because f(x) = 0$ 有等根。 $\therefore \Delta = 0$ $(-20)^2 - 4p(4) = 0$ $400 - 16p = 0$ $16p = 400$ $p = 25$	1M 1A
(b)	把 $y = 0$ 代入 $y = f(x) - 64$ 。 $0 = 25x^2 - 20x + 4 - 64$ $25x^2 - 20x - 60 = 0$ $5x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x - 2)(5x + 6) = 0$ $x = 2$ 或 $-\frac{6}{5}$ $\therefore y = f(x) - 64$ 的圖像的 x 截距是 2 和 $-\frac{6}{5}$ 。	1M 1M 1A ----- (5)
8.	連接 RS 。 $\angle QSR = \angle QPR = 20^\circ$ $\therefore QS = PR$ $\therefore \angle QPS = \angle PSR$ $= \angle PSQ + \angle QSR$ $= 43^\circ + 20^\circ$ $= 63^\circ$ 在 $\triangle PQS$ 中， $\angle PQS + \angle QPS + \angle PSQ = 180^\circ$ $\angle PQS + 63^\circ + 43^\circ = 180^\circ$ $\angle PQS = 74^\circ$ $\angle PTS + \angle PQS = 180^\circ$ $\angle PTS + 74^\circ = 180^\circ$ $\angle PTS = 106^\circ$	1M 1M 1M 1A ----- (5)

解		分
9. (a)	$\because y \text{ 截距} = -15$ $\therefore -c = -15$ $c = 15$	1A
(b)	把 $y = 0$ 和 $c = 15$ 代入 $y = x^2 + 2x - c$ 。 $x^2 + 2x - 15 = 0$ $(x + 5)(x - 3) = 0$ $x = -5 \text{ 或 } 3$ $\therefore$ 圖像的 x 截距是 -5 和 3 。	1M
(c)	$x = \frac{-5+3}{2}$ $= -1$ $\therefore$ 圖像的對稱軸的方程是 $x = -1$ 。	1A
		----- (5)
10. (a)	$\frac{[1 + \sin(90^\circ - \theta)][1 - \cos(360^\circ - \theta)]}{\sin(270^\circ + \theta)\cos(-\theta)} = \frac{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)}{-\cos\theta\cos\theta}$ $= \frac{1 - \cos^2\theta}{-\cos^2\theta}$ $= \frac{\sin^2\theta}{-\cos^2\theta}$ $= -\tan^2\theta$	1A
(b)	$\frac{\cos^2\theta + 2\sin(180^\circ + \theta) - 2}{\cos(90^\circ + \theta) - 1} = \frac{\cos^2\theta - 2\sin\theta - 2}{-\sin\theta - 1}$ $= \frac{1 - \sin^2\theta - 2\sin\theta - 2}{-(\sin\theta + 1)}$ $= \frac{-(\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1)}{-(\sin\theta + 1)}$ $= \frac{(\sin\theta + 1)^2}{\sin\theta + 1}$ $= \sin\theta + 1$	1M
		1A
		----- (6)

解		分
11. (a)	$\angle ABD = 90^\circ$ 在 $\triangle ABD$ 中， $\angle BDA + \angle ABD + \angle BAD = 180^\circ$ $\angle BDA + 90^\circ + 65^\circ = 180^\circ$ $\angle BDA = 25^\circ$	1M
(b)	在 $\triangle OTD$ 中， $\angle TOD + \angle OTD + \angle TDO = 180^\circ$ $\angle TOD + 105^\circ + 25^\circ = 180^\circ$ $\angle TOD = 50^\circ$ $\angle TOD = 2\angle CBD$ $50^\circ = 2\angle CBD$ $\angle CBD = 25^\circ$ $\therefore \angle CBD = \angle BDA = 25^\circ$ $\therefore BC \parallel AD$ (內錯角相等)	1A 1M 1M 1A 1A -----(6)
12. (a)	$M = \left(\frac{2-6}{2}, \frac{10+0}{2} \right)$ $= (-2, 5)$ L_2 的斜率 $= \tan 135^\circ = -1$ $\frac{y-5}{x-(-2)} = -1$ $y-5 = -x-2$ $x+y-3=0$ $\therefore L_2$ 的方程是 $x+y-3=0$ (或 $y=-x+3$)。	1A 1M 1M 1A
(b)	L_1 的斜率 $= \frac{10-0}{2-(-6)} = \frac{5}{4}$ L_1 的斜率 $\times L_2$ 的斜率 $= \frac{5}{4} \times (-1)$ $= -\frac{5}{4}$ $\neq -1$ $\therefore L_1$ 不垂直於 L_2 。 $\therefore$ 不同意該宣稱。	1M 1A -----(6)

解		分
13. (a)	設 $h(x) = (x^2 - 4x + 6)(2x^2 + x + k) + (-9x + 20 + k)$。 $h\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$ $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 4\left(-\frac{3}{2}\right) + 6\right]\left[2\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right) + k\right] + \left[-9\left(-\frac{3}{2}\right) + 20 + k\right] = 0$ $\frac{57}{4}(3+k) + \frac{67}{2} + k = 0$ $\frac{61k}{4} = -\frac{305}{4}$ $k = -5$	1M 1M
(b)	根據 (a) 部，$h(x) = (x^2 - 4x + 6)(2x^2 + x - 5) + (-9x + 20 - 5)$ $= 2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 26x - 30 - 9x + 15$ $= 2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 17x - 15$ $h(1) = 2(1)^4 - 7(1)^3 + 3(1)^2 + 17(1) - 15$ $= 0$ $\therefore x - 1$ 是 $h(x)$ 的因式。	1A
(c)	$h(x) = 2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 17x - 15$ $= (x - 1)(2x^3 - 5x^2 - 2x + 15)$ $= (x - 1)(2x + 3)(x^2 - 4x + 5)$ $h(x) = 0$ $(x - 1)(2x + 3)(x^2 - 4x + 5) = 0$ $x - 1 = 0 \text{ 或 } 2x + 3 = 0 \text{ 或 } x^2 - 4x + 5 = 0$ $x = 1 \text{ 或 } x = -\frac{3}{2} \text{ 或 } x^2 - 4x + 5 = 0$ 對於方程 $x^2 - 4x + 5 = 0$， $\Delta = (-4)^2 - 4(1)(5)$ $= -4$ < 0 $\therefore$ 方程 $x^2 - 4x + 5 = 0$ 沒有實根。 $\therefore$ 方程 $h(x) = 0$ 有兩個有理根。	1M 1A ----- (7)

解		分
14. (a)	$\frac{20}{1-3i} = \frac{20}{1-3i} \times \frac{1+3i}{1+3i}$ $= \frac{20(1+3i)}{1-9(-1)}$ $= 2+6i$ $\frac{20}{1+3i} = \frac{20}{1+3i} \times \frac{1-3i}{1-3i}$ $= \frac{20(1-3i)}{1-9(-1)}$ $= 2-6i$	$\left[\begin{array}{l} \text{1M} \\ \text{任何一項} \end{array} \right]$ $\left[\begin{array}{l} \text{1A} \\ \text{給全部正確} \end{array} \right]$ ----- (2)
(b)(i)	兩根的和 = $\alpha + \beta$ $= (2+6i) + (2-6i)$ $= 4$ 兩根的積 = $\alpha\beta$ $= (2+6i)(2-6i)$ $= 4-36(-1)$ $= 40$ $\therefore$ 所求的方程是 $x^2 - 4x + 40 = 0$。	$\left[\begin{array}{l} \text{1M} \\ \text{任何一項} \end{array} \right]$ 1M+1A
(ii)	把 $x = \alpha$ 代入 $x^2 - 4x + 40 = 0$。 $\alpha^2 - 4\alpha + 40 = 0$ $\alpha^2 = 4\alpha - 40$ $\alpha^2 + 4\beta - 40 = (4\alpha - 40) + 4\beta - 40$ $= 4(\alpha + \beta) - 80$ $= 4(4) - 80$ $= -64$	1M 1A ----- (5)
15. (a)	$f(x) = 32x - x^2$ $= -(x^2 - 32x)$ $= -(x - 16)^2 + 16^2$ $= -(x - 16)^2 + 256$ $\therefore y = f(x)$ 的圖像的頂點的坐標是 (16, 256)。	1M 1A ----- (2)
(b)(i)	$A = x \left(\frac{128 - 4x}{2} \right)$ $= 64x - 2x^2$	1M 1A

解	分
(ii) $A = 64x - 2x^2$ $= 2(32x - x^2)$ $= 2[-(x - 16)^2 + 256]$ $= -2(x - 16)^2 + 512$ $\therefore$ 該區域的最大面積是 512 cm^2。 $\therefore 512 \text{ cm}^2 > 510 \text{ cm}^2$ $\therefore$ 不同意該宣稱。	1M 1A 1A ----- (5)
16. (a) $2(16^{2+3x}) = 64^{1-x}$ $2[2^{4(2+3x)}] = 2^{6(1-x)}$ $2^{1+8+12x} = 2^{6-6x}$ $9 + 12x = 6 - 6x$ $18x = -3$ $x = -\frac{1}{6}$	1M 1A ----- (2)
(b) $\frac{1}{2} - \log_4(x+1) = \log_4(x-1)$ $\frac{1}{2} = \log_4(x-1) + \log_4(x+1)$ $\frac{1}{2} = \log_4[(x-1)(x+1)]$ $\frac{1}{2} = \log_4(x^2 - 1)$ $x^2 - 1 = 4^{\frac{1}{2}}$ $x^2 = 3$ $x = \sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ (捨去)	1M 1M 1A ----- (3)
(c) $\sqrt{3} \tan(90^\circ - \theta) = 2 \cos \theta$ $\frac{\sqrt{3}}{\tan \theta} = 2 \cos \theta$ $\frac{\sqrt{3} \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \cos \theta$ $\sqrt{3} \cos \theta = 2 \cos \theta \sin \theta$ $\cos \theta(\sqrt{3} - 2 \sin \theta) = 0$ $\cos \theta = 0$ 或 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\theta = 90^\circ$ 或 270° 或 $\theta = 60^\circ$ 或 120°	1M 1M 1A ----- (3)

解		分
17. (a)(i)	設 $\angle XCA = x$。 $XA = XC$ (切線性質) $\therefore \angle XAC = \angle XCA = x$ (等腰 $\triangle$ 底角) 在 $\triangle XAC$ 中， $\angle AXC + \angle XAC + \angle XCA = 180^\circ$ ($\triangle$ 內角和) $\angle AXC + x + x = 180^\circ$ $\angle AXC = 180^\circ - 2x$ $\angle ABC = \angle XCA = x$ (內錯弓形的圓周角) 在 $\triangle HBC$ 中， $\therefore HB = HC$ (已知) $\therefore \angle HCB = \angle HBC = x$ (等腰 $\triangle$ 底角) $\angle AHC = \angle HBC + \angle HCB$ ($\triangle$ 外角) $= x + x$ $= 2x$ $\angle AHC + \angle AXC = 2x + (180^\circ - 2x)$ $= 180^\circ$ $\therefore H、A、X$ 和 C 共圓。 (對角互補)	
評分標準：		
情況 1 附有正確理由的任何正確證明。		3
情況 2 未附有正確理由的任何正確證明。		2
情況 3 附有任何一組正確步驟及正確理由的未完整證明。		1
(ii)	$\angle XHC = \angle XAC = x$ (同弓形內的圓周角) $\therefore \angle XHC = \angle HCB = x$ $\therefore HX \parallel BC$ (內錯角相等) $\therefore YX \parallel BC$	
評分標準：		
情況 1 附有正確理由的任何正確證明。		2
情況 2 未附有正確理由的任何正確證明。		1
		----- (5)

解	分
(b) 設 $\angle HCK = y^\circ$。 $\angle XKC = \angle KCB$ (內錯角, $YX \parallel BC$) $= \angle KCH + \angle HCB$ $= y + x$ $\angle HBC = x$ $\therefore \angle XKC \neq \angle HBC$ $\therefore HKCB$ 不是一個圓內接四邊形。 $\therefore$ 不同意該宣稱。	1M 1M 1A ----- (3)

DSE 小型模擬試卷 S4

卷二 答案

題號	答案	題號	答案
1.	B	31.	C
2.	A	32.	C
3.	D	33.	C
4.	A	34.	B
5.	C	35.	B
6.	B	36.	B
7.	D		
8.	A		
9.	C		
10.	A		
11.	D		
12.	B		
13.	C		
14.	B		
15.	D		
16.	D		
17.	B		
18.	A		
19.	D		
20.	A		
21.	D		
22.	A		
23.	C		
24.	D		
25.	D		
26.	C		
27.	A		
28.	C		
29.	B		
30.	A		

DSE 小型模擬試卷 S4

卷二 題解

1. B

$$\begin{aligned}\frac{81^{4n}}{(27^{2n})(3^{-2n})} &= \frac{(3^4)^{4n}}{(3^3)^{2n}(3^{-2n})} \\ &= \frac{3^{16n}}{3^{6n} \cdot 3^{-2n}} \\ &= 3^{16n-6n-(-2n)} \\ &= 3^{12n} \\ &= (3^2)^{6n} \\ &= \underline{\underline{9^{6n}}}\end{aligned}$$

2. A

$$\begin{aligned}k(2-c) &= -c(k-3) \\ 2k-kc &= -kc+3c \\ 2k &= 3c \\ k &= \underline{\underline{\frac{3}{2}c}}\end{aligned}$$

3. D

$$\begin{aligned}a^3 + a^2 - ab^2 - b^2 \\ &= a^2(a+1) - b^2(a+1) \\ &= (a+1)(a^2 - b^2) \\ &= \underline{\underline{(a+1)(a+b)(a-b)}}\end{aligned}$$

4. A

$$\begin{aligned}\frac{3}{3-y} - \frac{2}{2-y} \\ &= \frac{3(2-y) - 2(3-y)}{(3-y)(2-y)} \\ &= \frac{6-3y-6+2y}{(3-y)(2-y)} \\ &= \frac{-y}{(3-y)(2-y)} \\ &= \underline{\underline{\frac{y}{(y-3)(2-y)}}}\end{aligned}$$

5. C

$$\begin{aligned}\text{下限} &= -1.8 - \frac{0.1}{2} = -1.85 \\ \text{上限} &= -1.8 + \frac{0.1}{2} = -1.75 \\ \therefore \quad &\underline{\underline{-1.85 < x \leq -1.75}}\end{aligned}$$

6. B

$$\begin{aligned}2p(1-x) &\equiv r(x+5) - q(x+3) \\ 2p - 2px &\equiv rx + 5r - qx - 3q \\ 2p - 2px &\equiv (5r - 3q) + (r - q)x\end{aligned}$$

比較左右兩方的常數項和 x 的係數。

$$\begin{cases} 5r - 3q = 2p \\ r - q = -2p \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5r - 3q = 2p \dots\dots\dots (1) \\ q = r + 2p \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

把 (2) 代入 (1)。

$$\begin{aligned}5r - 3(r + 2p) &= 2p \\ 5r - 3r - 6p &= 2p \\ 8p &= 2r \\ \frac{p}{r} &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$\therefore p : r = \underline{\underline{1 : 4}}$$

7. D

$$\begin{aligned}mx^2 - 3(mx - 1) &= 0 \\ mx^2 - 3mx + 3 &= 0 \\ \therefore \quad &\text{方程有等根。} \\ \therefore \quad &\Delta = 0 \\ (-3m)^2 - 4m(3) &= 0 \\ 9m^2 - 12m &= 0 \\ 3m(3m - 4) &= 0\end{aligned}$$

$$m = 0 \text{ (捨去) 或 } \underline{\underline{\frac{4}{3}}}$$

8. A

$$\begin{aligned}f(2) &= 3 \\ f(1+1) &= 3 \\ (h-1)(1+2) - k &= 3 \\ 3h - k &= 6 \dots\dots\dots (1) \\ f(0) &= 3 \\ f(-1+1) &= 3 \\ [h-(-1)](-1+2) - k &= 3 \\ h - k &= 2 \dots\dots\dots (2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1) - (2) \times 3 : \\ -k + 3k &= 6 - 3(2) \\ 2k &= 0 \\ k &= \underline{\underline{0}}\end{aligned}$$

9. C

$$g(x) - g(x-1) = -3(x+2) - [-3(x-1+2)]$$

$$= -3x - 6 + 3x + 3$$

$$= -3$$

$$g(1) = -3(1+2) = -9$$

$$\therefore -3 = \frac{-9}{3}$$

$$\therefore \underline{g(x) - g(x-1) = \frac{g(1)}{3}}$$

10. A

$$y = -(x+v)^2 - w^2$$

$$y = -x^2 - 2vx - v^2 - w^2$$

I. $\therefore x^2$ 的係數 $= -1 < 0$
 $\therefore$ 圖像開口向下。
 $\therefore$ I 正確。

II. y 截距 $= -v^2 - w^2 < 0$
 $\therefore$ II 正確。

III. 當 $y = 0$ 時, $-x^2 - 2vx - v^2 - w^2 = 0$ 。
 $\Delta = (-2v)^2 - 4(-1)(-v^2 - w^2)$
 $= 4v^2 - 4v^2 - 4w^2$
 $= -4w^2$
 < 0
 $\therefore$ 圖像與 x 軸並不相交。
 $\therefore$ III 不正確。
 $\therefore$ 只有 I 及 II 正確。

11. D

$$y = 18 - x(3+x)$$

$$= 18 - 3x - x^2$$

對於 A, 當 $x = -4$ 時,
 $y = 18 - 3(-4) - (-4)^2 = 14 \neq 21$
 $\therefore$ A 不正確。

對於 B, y 截距是 18。
 $\therefore$ B 不正確。

對於 C, 當 $x = 0$ 時,
 $18 - 3x - x^2 = 0$
 $x^2 + 3x - 18 = 0$
 $(x+6)(x-3) = 0$
 $x = -6$ 或 3
 $\therefore x$ 截距是 -6 和 3 。
 $\therefore$ C 不正確。

對於 D, $x = \frac{-6+3}{2} = -1.5$
 $\therefore$ 對稱軸的方程是 $x = -1.5$ 。
 $\therefore$ D 正確。

12. B

 $\therefore$ 圖像開口向下。
 $\therefore a < 0$
 $\therefore y$ 截距 < 0
 $\therefore -b < 0$
 $b > 0$
 $\therefore a < b$

$\therefore$ 圖像與 x 軸並不相交。
 $\therefore$ 對於方程 $ax^2 - 4x - b = 0$,
 $\Delta < 0$
 $(-4)^2 - 4a(-b) < 0$
 $16 + 4ab < 0$
 $ab < -4$
 $\therefore \underline{a < b \text{ 和 } ab < -4}$

13. C

 $\therefore y$ 截距 $= -30$
 $\therefore c = -30$
 即 $y = 2x^2 - 4x - 30$
 $\therefore$ 當 $y = 0$ 時,
 $2x^2 - 4x - 30 = 0$
 $x^2 - 2x - 15 = 0$
 $(x+3)(x-5) = 0$
 $x = -3$ 或 5
 $\text{頂點的 } x \text{ 坐標} = \frac{-3+5}{2} = 1$
 當 $x = 1$ 時, $y = 2(1)^2 - 4(1) - 30 = -32$
 $\therefore$ 頂點的 y 坐標 $= -32$
 $\therefore$ 頂點的坐標是 $(1, -32)$ 。

14. B

根據除法算式, 設
 $h(x) = (x^2 - 4)Q(x) + ax + b$, 其中 $ax + b$ 為當
 $h(x)$ 除以 $x^2 - 4$ 時的餘式。
 $\therefore h(x)$ 可被 $x + 2$ 整除。
 $\therefore h(-2) = 0$
 $[(-2)^2 - 4]Q(-2) + a(-2) + b = 0$
 $-2a + b = 0 \dots\dots\dots(1)$
 $\therefore$ 當 $h(x)$ 除以 $x - 2$ 時, 餘數是 -4 。
 $\therefore h(2) = -4$
 $(2^2 - 4)Q(2) + a(2) + b = -4$
 $2a + b = -4 \dots\dots\dots(2)$
 $(1) + (2)$:
 $2b = -4$
 $b = -2$
 把 $b = -2$ 代入 (2)。
 $2a + (-2) = -4$
 $a = -1$
 $\therefore$ 所求的餘式 $= \underline{-x - 2}$

15. D

$$\frac{f(-1)}{f(3)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{k(-1)^2 - 7(-1) - 9}{k(3)^2 - 7(3) - 9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{k-2}{9k-30} = \frac{1}{3}$$

$$k-2 = 3k-10$$

$$2k = 8$$

$$k = 4$$

$$\therefore f(x) = 4x^2 - 7x - 9$$

所求的餘數

$$\begin{aligned} &= f(-2) \\ &= 4(-2)^2 - 7(-2) - 9 \\ &= \underline{\underline{21}} \end{aligned}$$

16. D

$\therefore x+1$ 是 $F(x)$ 的因式。

$$\begin{aligned} \therefore F(-1) &= 0 \\ 3m(-1)^3 + (-1)^2 - m(-1) - 5 &= 0 \\ -2m &= 4 \\ m &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore F(x) &= 3(-2)x^3 + x^2 - (-2)x - 5 \\ &= -6x^3 + x^2 + 2x - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(-2) &= -6(-2)^3 + (-2)^2 + 2(-2) - 5 \\ &= \underline{\underline{43}} \end{aligned}$$

17. B

Y 的坐標

$$= \left(\frac{1+5}{2}, \frac{0+2}{2} \right)$$

$$= (3, 1)$$

所求的方程是

$$\frac{y-1}{x-3} = \frac{4-1}{-6-3}$$

$$\frac{y-1}{x-3} = \frac{1}{-3}$$

$$-3(y-1) = x-3$$

$$-3y+3 = x-3$$

$$\underline{\underline{x+3y-6=0}}$$

18. A

把 $(4, 3)$ 代入 L 。

$$4a+3b-1=0 \dots\dots\dots(1)$$

$$L \text{ 的斜率} = -\frac{a}{b}$$

$$\text{直線 } 6x+4y+3=0 \text{ 的斜率} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{a}{b} \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -1$$

$$3a = -2b$$

$$3a+2b=0 \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) \times 2 - (2) \times 3 :$$

$$8a-2-9a=0$$

$$a=-2$$

把 $y=0$ 和 $a=-2$ 代入 L 。

$$-2x+b(0)-1=0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore L \text{ 的 } x \text{ 截距} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

19. D

$$\text{I. } L_1 \text{ 的 } y \text{ 截距} = -\frac{2}{n}$$

根據圖像， L_1 的 y 截距 < 0 。

$$\therefore n > 0$$

$\therefore$ I 正確。

$$\text{II. } L_1 \text{ 的斜率} = \frac{m}{n}$$

根據圖像， L_1 的斜率 < 0 。

$$\therefore m < 0$$

$$L_2 \text{ 的 } y \text{ 截距} = -\frac{3}{q}$$

根據圖像， L_2 的 y 截距 > 0 。

$$\therefore q < 0$$

$$L_2 \text{ 的斜率} = -\frac{p}{q}$$

根據圖像， L_2 的斜率 < 0 。

$$\therefore p < 0$$

$$\therefore pq > 0 \text{ 和 } mn < 0。$$

$$\therefore pq > mn$$

$\therefore$ II 正確。

$$\text{III. } \therefore p+q < 0 \text{ 和 } n-m > 0。$$

$$\therefore p+q < n-m$$

$\therefore$ III 正確。

$\therefore$ I、II 及 III 正確。

20. A

$$\text{I. } \therefore OC = OD$$

$$\therefore \angle ODC = \angle OCD = \theta$$

在圓內接四邊形 $ABCD$ 中，

$$\angle ABC + \angle ODC = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \theta$$

$\therefore$ I 必定正確。

$$\text{II. } \therefore OB \parallel DC$$

$$\therefore \angle BOC = \angle OCD = \theta$$

$$\text{及 } \angle AOB = \angle ODC = \theta$$

$$\therefore \angle AOB = \angle BOC$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

$\therefore$ II 必定正確。

$$\text{III. 在 } \triangle OCD \text{ 中，}$$

$$\angle COD + \angle OCD + \angle ODC = 180^\circ$$

$$\angle COD = 180^\circ - 2\theta$$

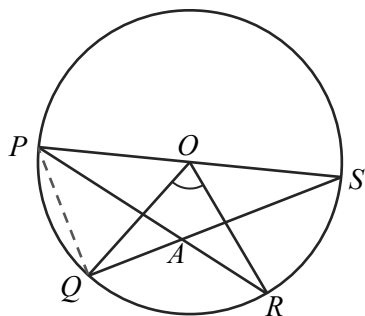
$$\therefore \angle COD \text{ 不一定等於 } \angle AOB。$$

$$\therefore AB \text{ 不一定等於 } CD。$$

$$\therefore \text{III 不一定正確。}$$

$\therefore$ 只有 I 及 II 必定正確。

21. D
連接 PQ 。



$$\begin{aligned}\angle PQS &= 90^\circ \\ \text{在 } \triangle APQ \text{ 中,} \\ \angle QPA + \angle PQS &= \angle QAR \\ \angle QPA + 90^\circ &= 126^\circ \\ \angle QPA &= 36^\circ \\ \angle QOR &= 2\angle QPR \\ &= 2(36^\circ) \\ &= \underline{72^\circ}\end{aligned}$$

22. A

$$\begin{aligned}& [1 - \sin(90^\circ + \theta)][\cos(180^\circ + \theta) - 1] \\ &= (1 - \cos \theta)(-\cos \theta - 1) \\ &= -(1 - \cos^2 \theta) \\ &= \underline{-\sin^2 \theta}\end{aligned}$$

23. C

$$\begin{aligned}& \frac{-36}{3\sin^2 \theta - 2\sin(\theta - 180^\circ) + 1} \\ &= \frac{-36}{3\sin^2 \theta + 2\sin \theta + 1} \\ &\because 0 \leq \sin \theta \leq 1 \\ &\therefore \text{所求的最大值} \\ &= \frac{-36}{3(1)^2 + 2(1) + 1} \\ &= \underline{-6}\end{aligned}$$

24. D
 I.
$$\begin{aligned}\sin^2 x + \cos^2(270^\circ - y) \\ &= \sin^2 x + \cos^2(180^\circ + 90^\circ - y) \\ &= \sin^2 x + \cos^2(90^\circ - y) \\ &= \sin^2 x + \cos^2 x \\ &= 1 \\ &\therefore \text{I 必定正確。}\end{aligned}$$

 II.
$$\begin{aligned}\sin(90^\circ - x) &= \cos x \\ &\because 0^\circ < x < 90^\circ \\ &\therefore \cos x > \cos y \\ &\therefore \sin(90^\circ - x) > \cos y \\ &\therefore \text{II 必定正確。}\end{aligned}$$

- III.
$$\begin{aligned}\frac{\tan(180^\circ + y)}{\tan(360^\circ - x)} &= \frac{\tan y}{-\tan x} \\ &\because 0^\circ < x < y < 90^\circ \\ &\therefore \tan x > 0 \text{ 和 } \tan y > 0 \\ &\therefore \frac{\tan y}{-\tan x} < 0 \\ &\therefore \text{III 必定正確。}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{I、II 及 III 必定正確。}$$

25. D

$$\begin{aligned}z_1 &= \frac{k-5i}{3-i} \\ &= \frac{(k-5i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{3k+ki-15i-5(-1)}{9-(-1)} \\ &= \frac{3k+5}{10} + \frac{k-15}{10}i \\ z_2 &= \frac{-1-ki}{1+2i} \\ &= \frac{(-1-ki)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} \\ &= \frac{-1+2i-ki+2k(-1)}{1-4(-1)} \\ &= \frac{-1-2k}{5} + \frac{2-k}{5}i \\ \frac{3k+5}{10} &= \frac{-1-2k}{5} \\ 3k+5 &= -2-4k \\ 7k &= -7 \\ k &= -1 \\ z_1 &= \frac{3(-1)+5}{10} + \frac{-1-15}{10}i = \frac{1}{5} - \frac{8}{5}i \\ z_2 &= \frac{-1-2(-1)}{5} + \frac{2-(-1)}{5}i = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}i \\ 15(z_2 - z_1) &= 15\left[\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{8}{5}i\right)\right] \\ &= 15\left(\frac{11}{5}i\right) \\ &= 33i \\ &\therefore \underline{15(z_2 - z_1) \text{ 的虛部是 } 33。}\end{aligned}$$

26. C

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{z+1} \\&= \frac{1}{\frac{\beta-i}{\beta+i}+1} \\&= \frac{\beta+i}{\beta-i+(\beta+i)} \\&= \frac{\beta+i}{2\beta} \\&= \frac{1}{2} + \frac{1}{2\beta}i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{z-1} \\&= \frac{1}{\frac{\beta-i}{\beta+i}-1} \\&= \frac{\beta+i}{\beta-i-(\beta+i)} \\&= \frac{\beta+i}{-2i} \\&= \frac{(\beta+i)i}{-2i(i)} \\&= -\frac{1}{2} + \frac{\beta}{2}i\end{aligned}$$

I. y 的實部 $= -\frac{1}{2}$

x 的實部 $= \frac{1}{2}$

$\therefore$ I 必定正確。

II. x 的虛部 $= \frac{1}{2\beta}$

y 的虛部 $= \frac{\beta}{2}$

$\therefore \frac{1}{2\beta}$ 不是 $\frac{\beta}{2}$ 的倒數。

$\therefore$ II 不正確。

III. $z = \frac{\beta-i}{\beta+i}$

$$\begin{aligned}&= \frac{(\beta-i)(\beta-i)}{(\beta+i)(\beta-i)} \\&= \frac{\beta^2 - 2\beta i - 1}{\beta^2 - (-1)} \\&= \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2 + 1} - \frac{2\beta}{\beta^2 + 1}i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{z} &= \frac{\beta+i}{\beta-i} \\&= \frac{(\beta+i)(\beta+i)}{(\beta-i)(\beta+i)} \\&= \frac{\beta^2 + 2\beta i - 1}{\beta^2 - (-1)} \\&= \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2 + 1} + \frac{2\beta}{\beta^2 + 1}i\end{aligned}$$

z 的實部 $= \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2 + 1}$

$\frac{1}{z}$ 的實部 $= \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2 + 1}$

$\therefore z$ 的實部 $= \frac{1}{z}$ 的實部

$\therefore$ III 必定正確。

$\therefore$ 只有 I 及 III 必定正確。

27. A

a 和 b 是方程 $3x^2 - 7x - 12 = 0$ 的根。

$$a + b = -\frac{-7}{3} = \frac{7}{3}$$

$$ab = \frac{-12}{3} = -4$$

$$\begin{aligned}(a-6)(b-6) &= ab - 6(a+b) + 36 \\&= -4 - 6\left(\frac{7}{3}\right) + 36 \\&= 18\end{aligned}$$

28. C

$$3^{1-x} \cdot \sqrt{27^x} = 9^{x+2}$$

$$3^{1-x} \cdot 3^{\frac{3x}{2}} = 3^{2(x+2)}$$

$$3^{1-x+\frac{3x}{2}} = 3^{2x+4}$$

$$1 + \frac{x}{2} = 2x + 4$$

$$\frac{3x}{2} = -3$$

$$x = -2$$

$$3^{\frac{x}{4}} = 3^{\frac{-2}{4}}$$

$$= 3^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned}\angle NMQ + \angle NPQ &= 180^\circ \\ \angle NMP + \angle PMQ + \angle NPX + \angle XPQ &= 180^\circ \\ 52^\circ + a + 90^\circ + (a - 14^\circ) &= 180^\circ \\ 2a &= 52^\circ \\ a &= 26^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle XPQ &= 26^\circ - 14^\circ \\ &= 12^\circ\end{aligned}$$

$$\angle MQP = 90^\circ$$

在 $\triangle PTQ$ 中，

$$\begin{aligned}\angle MTP &= \angle XPQ + \angle MQP \\ &= 12^\circ + 90^\circ \\ &= \underline{\underline{102^\circ}}\end{aligned}$$

36. B

$$\begin{aligned}2 \sin(90^\circ - x) \sin x - \sin(180^\circ + x) &= 0 \\ 2 \cos x \sin x + \sin x &= 0 \\ \sin x(2 \cos x + 1) &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sin x &= 0 \quad \text{或} \quad \cos x = -\frac{1}{2} \\ x &= 180^\circ \quad \text{或} \quad x = 120^\circ \quad \text{或} \quad 240^\circ \\ \therefore \quad &\underline{\text{方程有 3 個不同的根。}}\end{aligned}$$