

目錄

簡介	iv
1 直線的方程	1.1
題解 (附答案)	sol-1.1
5 除法算式、餘式定理及因式定理	5.1
答案 (快將提供題解)	ans-5.1
9 複合不等式	9.1
答案 (快將提供題解)	ans-9.1

簡介

DSE 高中基礎課題精進練習是為配合《高中牛津數學新世代》而設計，旨在幫助學生溫習在高中階段已學習的基礎課題。

每章包括下列各部分：

- (i) **要點重溫** — 扼要的重溫內容，供學生溫習
- (ii) **習題 A** — 充足的考試題型的**問答題**供學生練習，並附有公開**試題參考**
- (iii) **習題 B** — 充足的考試題型的**多項選擇題**供學生練習，並附有公開**試題參考**

下表列出了 DSE 高中基礎課題精進練習各課題的編排，以供參考。

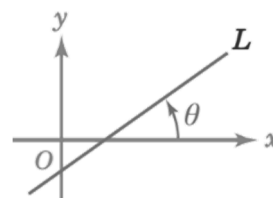
課題	參考
1 直線的方程	4A 第 2 章
2 一元二次方程	4A 第 3 章
3 基本函數	4A 第 4 章
4 二次函數及其圖像	4A 第 5 章
5 除法算式、餘式定理及因式定理	4A 第 6 章
6 三角學 (恆等式及圖像)	4B 第 10 章
7 圓的性質 (不涉及圓內接四邊形)	4B 第 11 章
8 圓的性質 (涉及圓內接四邊形)	4B 第 12 章
9 複合不等式	5A 第 2 章
10 變分	5A 第 4 章
11 軌跡	5B 第 7 章
12 圓的方程	5B 第 8 章
13 分佈域、四分位數間距及標準差	5B 第 11 章

姓名：_____

班別：_____ ()

DSE 課題精進練習**1 直線的方程** **高中** **基礎課題****要點重溫**

- (a) 在圖中， θ 是直線 L 的傾角。我們可得
 L 的斜率 = $\tan \theta$



圖像			
L 的方程	$y - y_1 = m(x - x_1)$	$y = mx + c$	$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

圖像		
L 的方程	$y = k$	$x = h$

- (c) 當一條直線的方程寫成 $y = mx + c$ 的形式時，我們可得
 斜率 = m
 y 截距 = c

- (d) 對於直線 $Ax + By + C = 0$ ，

$$\text{斜率} = -\frac{A}{B} \quad (B \neq 0)$$

$$x \text{ 截距} = -\frac{C}{A} \quad (A \neq 0)$$

$$y \text{ 截距} = -\frac{C}{B} \quad (B \neq 0)$$

	DSE 程度 (2+)	DSE 程度 (4+)	DSE 程度 (5**)
習題 1A	1	2、3	4–7
習題 1B	1、2	3–7	8–13

1. 設 L 為直線 $kx + 5y + 18 = 0$ ，其中 k 為一常數。 L 的 x 截距為 6。

(a) 求 k 的值。

(b) 求 L 的 y 截距及斜率。

```
=====
```

2. L_1 為一條直線，其中 x 截距為 12 及 y 截距為 18。

4+

(a) 求 L_1 的方程。

(b) 直線 L_2 垂直於 L_1 且與 L_1 相交於 y 軸上的一點。求 L_1 、 L_2 與 x 軸圍成的區域的面積。

試題參考

HKDSE 2018 (卷二) 第 26 題

3. A 及 B 的坐標分別為 $(17, -19)$ 及 $(-22, 8)$ 。直線 L 通過 A 且垂直於 AB 。 C 的坐標為 $(26, -6)$ 。

4+

(a) 求 L 的方程。

(b) C 是否在 L 上？試解釋你的答案。

(c) 求由 A 至直線 BC 的垂直距離。

4. 直線 L 的 x 截距及 y 截距分別為 2 及 -2 。

5**

(a) 求 L 的方程。

(b) 點 A 及點 B 的坐標分別為 $(0, 9)$ 及 $(-4, 3)$ 。若 C 為 L 上的一點使得 $AC = BC$ ，求 C 的坐標。

試題參考

HKDSE 2016 (卷二) 第 26 題

5. $A(4, 6)$ 繞原點逆時針方向旋轉 90° 至 B 。

5**

(a) 寫出 B 的坐標。

(b) B 先向右平移 1 單位再向下平移 k 單位至點 C ，其中 $k > 0$ 。已知 AB 垂直於 BC 。

(i) 求 k 的值。

✂ (ii) 求 $\triangle ABC$ 的外心的坐標。

6. A 及 B 的坐標分別為 $(-1, 5)$ 及 $(-4, 2)$ 。 C 為平行於 AB 且通過原點的直線上的一點。 BC 的方程為 $x + 5y - 6 = 0$ 。

5**

(a) 求 C 的坐標。

(b) 設 D 為 BC 上的一點使得 $AD \perp BC$ 。求 AD 的方程。

✂ (c) 求 $\triangle ABC$ 的垂心的坐標。

試題參考

HKDSE 2018 (卷二) 第 40 題

7. $A(0, 0)$ 、 $B(3, 6)$ 、 C 及 $D(6, 3)$ 為直角坐標平面上的四點。 $ABCD$ 為一平行四邊形。

5**

(a) 求 C 的坐標。

(b) 設 E 為 AB 的中點。求 CE 的方程。

✂ (c) 設 G 為 $\triangle ABC$ 的形心。求 G 的坐標。

由此，判斷 B 、 G 與 D 是否共線。試解釋你的答案。

[illegible]

習題 1B 多項選擇題

1. 考慮直線 $L_1: mx + 9y + n = 0$ 及 $L_2: 4x + my + 12 = 0$ ，其中 m 及 n 均為正常數。若 L_1 與 L_2 互相平行且 L_1 的 x 截距為 -12 ，則 $n =$

2+

- A. 12。
B. 48。
C. 60。
D. 72。

2. 求常數 k 使得直線 $4x + 3y + k = 0$ 及 $kx + 12y + 8 = 0$ 互相垂直。

2+

- A. -16
B. -9
C. 9
D. 16

試題參考

HKDSE 2019 (卷二) 第 24 題

3. 直線 L 的方程為 $kx + 2y + 4k = 0$ ，其中 k 為一常數。若 L 垂直於直線 $4x + 10y - 9 = 0$ ，求 L 的 y 截距。

4+

- A. -10
B. -5
C. 5
D. 10

試題參考

HKDSE 2020 (卷二) 第 26 題

4. 點 A 、點 B 及點 C 的坐標分別為 $(-3, 1)$ 、 $(-1, 7)$ 及 $(3, 5)$ 。設 M 為一點使得 AM 為 $\triangle ABC$ 的一條中線。求通過 A 及 M 的直線的方程。

4+

- A. $x + 2y - 13 = 0$
B. $2x - y + 4 = 0$
C. $2x - y + 7 = 0$
D. $5x - 4y + 19 = 0$

試題參考

HKDSE 2021 (卷二) 第 26 題

5. 若直線 $hx - 12y + 18 = 0$ 與 $2x + 3y + k = 0$ 互相垂直且相交於 x 軸上的一點，則 $k =$

4+

- A. -8 。
B. -4.5 。
C. 2 。
D. 18 。

試題參考

HKDSE 2016 (卷二) 第 25 題

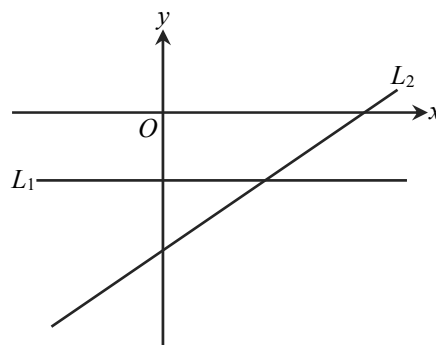
6. 圖中， L_1 及 L_2 的方程分別為 $ay = 1$ 及 $cy - bx = 1$ 。下列何者正確？

4+

- I. $a < 0$
 - II. $b < 0$
 - III. $a < c$
- A. 只有 I 及 II
B. 只有 I 及 III
C. 只有 II 及 III
D. I、II 及 III

試題參考

HKDSE 2015 (卷二) 第 25 題



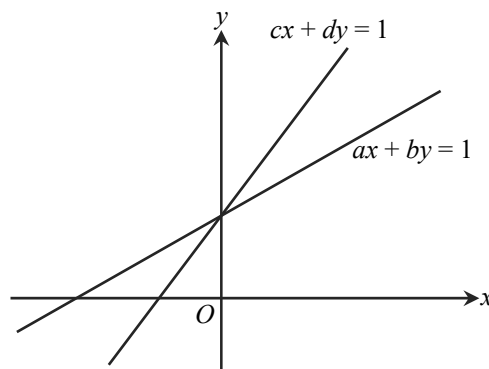
7. 圖中，兩條直線相交於正 y 軸上的一點。下列何者正確？

4+

- I. $b > 0$
 - II. $a < c$
 - III. $b - d = 0$
- A. 只有 I 及 II
B. 只有 I 及 III
C. 只有 II 及 III
D. I、II 及 III

試題參考

HKDSE 2014 (卷二) 第 25 題



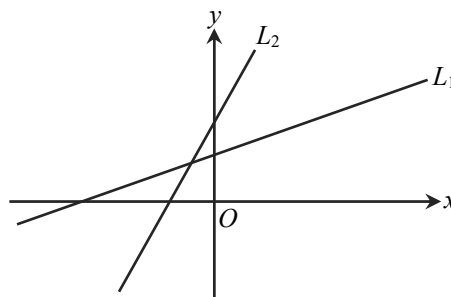
8. 圖中，直線 L_1 及直線 L_2 的方程分別為 $5x + py = q$ 及 $rx + 2y = s$ 。下列何者正確？

5**

- I. $pr > 10$
 - II. $5s > qr$
 - III. $ps > 2q$
- A. 只有 I
B. 只有 II
C. 只有 I 及 III
D. 只有 II 及 III

試題參考

HKDSE 2018 (卷二) 第 6 題



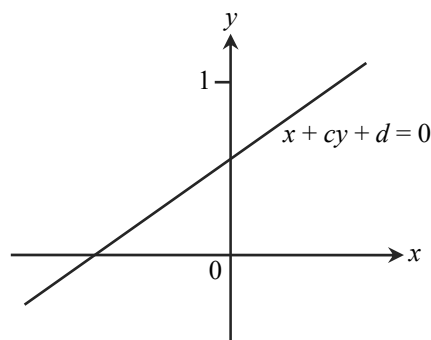
9. 圖中所示為直線 $x + cy + d = 0$ 的圖像。下列何者正確？

5**

- I. $c < 0$
 - II. $d < 0$
 - III. $c + d < 0$
- A. 只有 I
B. 只有 III
C. 只有 I 及 II
D. 只有 I 及 III

試題參考

HKDSE 2019 (卷二) 第 23 題



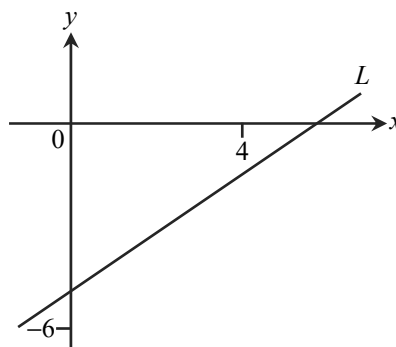
10. 圖中，直線 L 的方程為 $hx + ky + 12 = 0$ 。下列何者正確？

5**

- I. $h > -3$
- II. $k > 2$
- III. $2h + 3k > 0$
- A. 只有 I 及 II
- B. 只有 I 及 III
- C. 只有 II 及 III
- D. I、II 及 III

試題參考

HKDSE 2022 (卷二) 第 24 題



✂ 11. 設 O 為原點。點 A 的坐標為 $(18, 18)$ 。若 $\triangle OAB$ 的垂心的坐標為 $(2, 10)$ ，求 B 的 x 坐標。

5**

- A. -24
- B. -12
- C. 12
- D. 24

試題參考

HKDSE 2021 (卷二) 第 41 題

✂ 12. 設 O 為原點。點 P 及點 Q 的坐標分別為 $(p, 0)$ 及 $(0, q)$ ，其中 p 及 q 均為正數。若 $\triangle OPQ$ 的外心在直線 $6x - 8y + 3q = 0$ 上，則 $p : q =$

5**

- A. $1 : 3$ 。
- B. $3 : 1$ 。
- C. $5 : 6$ 。
- D. $6 : 5$ 。

試題參考

HKDSE 2022 (卷二) 第 41 題

✂ 13. 直線 $x = 1 + \sqrt{3}$ 與 x 軸相交於點 A 且與直線 $y = \sqrt{3}x$ 相交於點 B 。求 $\triangle OAB$ 的內心的 x 坐標，其中 O 為原點。

5**

- A. 1
- B. $\sqrt{3}$
- C. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$
- D. $\frac{2}{3}(1 + \sqrt{3})$

1 直線的方程

答案

習題 1A

1. (a) -3
(b) y 截距 $= -\frac{18}{5}$, 斜率 $= \frac{3}{5}$
2. (a) $3x + 2y - 36 = 0$
(b) 351
3. (a) $13x - 9y - 392 = 0$
(b) 是
(c) 15
4. (a) $x - y - 2 = 0$
(b) $(4, 2)$
5. (a) $(-6, 4)$
(b) (i) 5
(ii) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$
6. (a) $(1, 1)$
(b) $5x - y + 10 = 0$
(c) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{10}{3}\right)$
7. (a) $(9, 9)$
(b) $4x - 5y + 9 = 0$
(c) $(4, 5)$, 是

習題 1B

1. D
2. B
3. D
4. D
5. C
6. D
7. B
8. A
9. D
10. D
11. B
12. A
13. B

1 直線的方程

習題 1A

1. (a)
- x
- 截距 = 6

$$-\frac{18}{k} = 6$$

$$k = \underline{\underline{-3}}$$

$$(b) \ y \text{ 截距} = -\frac{18}{5}$$

$$\text{斜率} = -\frac{-3}{5} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

2. (a)
- L_1
- 的方程是

$$y - 18 = \frac{0 - 18}{12 - 0}(x - 0)$$

$$y - 18 = -\frac{3}{2}x$$

$$2y - 36 = -3x$$

$$\underline{3x + 2y - 36 = 0}$$

$$(b) \ L_1 \text{ 的斜率} = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore L_1 \perp L_2$$

$$\therefore L_2 \text{ 的斜率}$$

$$= \frac{-1}{L_1 \text{ 的斜率}}$$

$$= \frac{-1}{-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$L_2 \text{ 的方程是}$$

$$y = \frac{2}{3}x + 18$$

$$3y = 2x + 54$$

$$2x - 3y + 54 = 0$$

$$L_2 \text{ 的 } x \text{ 截距} = -\frac{54}{2} = -27$$

$$\text{所求的面積}$$

$$= \frac{1}{2} \times [12 - (-27)] \times 18$$

$$= \underline{\underline{351}}$$

$$3. (a) \ AB \text{ 的斜率} = \frac{-19 - 8}{17 - (-22)} = -\frac{9}{13}$$

$$\therefore L \perp AB$$

$$\therefore L \text{ 的斜率}$$

$$= \frac{-1}{AB \text{ 的斜率}}$$

$$= \frac{-1}{-\frac{9}{13}}$$

$$= \frac{13}{9}$$

$$L \text{ 的方程是}$$

$$y - (-19) = \frac{13}{9}(x - 17)$$

$$9y + 171 = 13x - 221$$

$$\underline{13x - 9y - 392 = 0}$$

- (b) 把
- $(26, -6)$
- 代入
- $13x - 9y - 392 = 0$
- 。

$$\text{左方}$$

$$= 13(26) - 9(-6) - 392$$

$$= 0$$

$$= \text{右方}$$

$$\therefore \underline{C \text{ 在 } L \text{ 上。}}$$

- (c) 留意
- $AB \perp AC$
- 。

$$AB = \sqrt{[17 - (-22)]^2 + (-19 - 8)^2}$$

$$= \sqrt{2\,250}$$

$$AC = \sqrt{(17 - 26)^2 + [-19 - (-6)]^2}$$

$$= \sqrt{250}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$= \sqrt{2\,250 + 250}$$

$$= 50$$

設 d 為由 A 至直線 BC 的垂直距離。

考慮 $\triangle ABC$ 的面積。

$$\frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times BC \times d$$

$$\sqrt{2\,250} \times \sqrt{250} = 50d$$

$$d = 15$$

$$\therefore \underline{\text{所求的距離是 } 15。}$$

4. (a) L 的方程是

$$y - (-2) = \frac{0 - (-2)}{2 - 0}(x - 0)$$

$$y + 2 = x$$

$$\underline{x - y - 2 = 0}$$

(b) 設 (h, k) 為 C 的坐標。

由於 C 在 L 上，因此可得

$$h - k - 2 = 0$$

$$h = k + 2$$

$$AC = BC$$

$$\sqrt{(h-0)^2 + (k-9)^2} = \sqrt{[h-(-4)]^2 + (k-3)^2}$$

$$(k+2)^2 + (k-9)^2 = (k+2+4)^2 + (k-3)^2$$

$$k^2 + 4k + 4 + k^2 - 18k + 81$$

$$= k^2 + 12k + 36 + k^2 - 6k + 9$$

$$-20k = -40$$

$$k = 2$$

當 $k = 2$ 時， $h = 2 + 2 = 4$ 。

$\therefore$ C 的坐標是 $(4, 2)$ 。

5. (a) B 的坐標 = $(-6, 4)$

(b) (i) C 的坐標 = $(-5, 4 - k)$

$$\therefore AB \perp BC$$

$$\therefore AB \text{ 的斜率} \times BC \text{ 斜率} = -1$$

$$\frac{4-6}{-6-4} \times \frac{4-k-4}{-5-(-6)} = -1$$

$$\frac{-2}{-10} \times \frac{-k}{1} = -1$$

$$k = \underline{\underline{5}}$$

(ii) $\therefore \triangle ABC$ 是一個直角三角形，

其中 $\angle ABC = 90^\circ$ 。

$\therefore \triangle ABC$ 的外心是 AC 的中點。

所求的坐標

$$= \left(\frac{4 + (-5)}{2}, \frac{6 + (4-5)}{2} \right)$$

$$= \underline{\underline{\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right)}}$$

$$6. (a) AB \text{ 的斜率} = \frac{5-2}{-1-(-4)} = 1$$

平行於 AB 且通過原點的直線的方程是

$$y - 0 = 1(x - 0)$$

$$x - y = 0$$

$$\text{考慮 } \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 5y - 6 = 0 \end{cases}。$$

求解後，可得 $x = 1$ 及 $y = 1$ 。

$\therefore$ C 的坐標是 $(1, 1)$ 。

(b) $\therefore AD \perp BC$

$\therefore AD \text{ 的斜率} \times BC \text{ 的斜率} = -1$

$$AD \text{ 的斜率} \times \left(-\frac{1}{5} \right) = -1$$

$$AD \text{ 的斜率} = 5$$

AD 的方程是

$$y - 5 = 5[x - (-1)]$$

$$y - 5 = 5x + 5$$

$$\underline{\underline{5x - y + 10 = 0}}$$

(c) 設 H 為 $\triangle ABC$ 的垂心。

$\therefore CH \text{ 的斜率} \times AB \text{ 的斜率} = -1$

$$CH \text{ 的斜率} \times 1 = -1$$

$$CH \text{ 的斜率} = -1$$

CH 的方程是

$$y - 1 = -1(x - 1)$$

$$y - 1 = -x + 1$$

$$x + y - 2 = 0$$

$$\text{考慮 } \begin{cases} 5x - y + 10 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}。$$

求解後，可得 $x = -\frac{4}{3}$ 及 $y = \frac{10}{3}$ 。

$\therefore$ 所求的坐標是 $\underline{\underline{\left(-\frac{4}{3}, \frac{10}{3} \right)}}$ 。

7. (a) 設 (m, n) 為 C 的坐標。

$\therefore ABCD$ 為一平行四邊形。

$\therefore AC$ 的中點與 BD 的中點相交。

$$\text{即 } \frac{0+m}{2} = \frac{3+6}{2} \text{ 及 } \frac{0+n}{2} = \frac{6+3}{2}$$

$$m=9 \text{ 及 } n=9$$

$\therefore C$ 的坐標是 $(9, 9)$ 。

$$(b) E \text{ 的坐標 } = \left(\frac{0+3}{2}, \frac{0+6}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, 3 \right)$$

CE 的方程是

$$y-9 = \frac{3-9}{\frac{3}{2}-9}(x-9)$$

$$y-9 = \frac{4}{5}(x-9)$$

$$5y-45 = 4x-36$$

$$\underline{4x-5y+9=0}$$

(c) BC 的中點的坐標

$$= \left(\frac{3+9}{2}, \frac{6+9}{2} \right)$$

$$= \left(6, \frac{15}{2} \right)$$

AG 的方程是

$$y-0 = \frac{\frac{15}{2}-0}{6-0}(x-0)$$

$$y = \frac{5}{4}x$$

$$5x-4y=0$$

$$\text{考慮 } \begin{cases} 4x-5y+9=0 \\ 5x-4y=0 \end{cases}。$$

求解後，可得 $x=4$ 及 $y=5$ 。

$\therefore G$ 的坐標是 $(4, 5)$ 。

$$BG \text{ 的斜率 } = \frac{6-5}{3-4} = -1$$

$$DG \text{ 的斜率 } = \frac{3-5}{6-4} = -1$$

$\therefore BG$ 的斜率 = DG 的斜率

$\therefore B、G$ 與 D 共線。

習題 1B

1. D

$\therefore L_1 \parallel L_2$

$\therefore L_1$ 的斜率 = L_2 的斜率

$$-\frac{m}{9} = -\frac{4}{m}$$

$$m^2 = 36$$

$$m = 6 \text{ 或 } -6 \text{ (捨去)}$$

L_1 的 x 截距 = -12

$$-\frac{n}{6} = -12$$

$$n = \underline{\underline{72}}$$

2. B

$\therefore$ 該兩條直線互相垂直。

$$\therefore -\frac{4}{3} \times \left(-\frac{k}{12} \right) = -1$$

$$4k = -36$$

$$k = \underline{\underline{-9}}$$

3. D

$\therefore$ 該兩條直線互相垂直。

$$\therefore -\frac{k}{2} \times \left(-\frac{4}{10} \right) = -1$$

$$4k = -20$$

$$k = -5$$

$$L \text{ 的 } y \text{ 截距 } = -\frac{4(-5)}{2}$$

$$= \underline{\underline{10}}$$

4. D

$$M \text{ 的坐標 } = \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{7+5}{2} \right) = (1, 6)$$

AM 的方程是

$$y-6 = \frac{1-6}{-3-1}(x-1)$$

$$y-6 = \frac{5}{4}(x-1)$$

$$4y-24 = 5x-5$$

$$\underline{5x-4y+19=0}$$

5. C

∵ 該兩條直線互相垂直。

$$\begin{aligned}\therefore -\frac{h}{-12} \times \left(-\frac{2}{3}\right) &= -1 \\ 2h &= 36 \\ h &= 18\end{aligned}$$

∵ 該兩條直線的 x 截距相同。

$$\begin{aligned}\therefore \frac{18}{18} &= -\frac{k}{2} \\ k &= \underline{\underline{2}}\end{aligned}$$

6. D

I. L_1 的 y 截距 $= \frac{1}{a}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{a} &< 0 \\ a &< 0\end{aligned}$$

∴ I 正確。

II. L_2 的 x 截距 $= -\frac{1}{b}$

$$\begin{aligned}\therefore -\frac{1}{b} &> 0 \\ b &< 0\end{aligned}$$

∴ II 正確。

III. L_2 的 y 截距 $= \frac{1}{c}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{c} &< 0 \\ c &< 0\end{aligned}$$

及 $\frac{1}{c} < \frac{1}{a}$

$$\begin{aligned}\frac{ac}{c} &< \frac{ac}{a} \\ a &< c\end{aligned}$$

∴ III 正確。

∴ I、II 及 III 正確。

7. B

I. $ax + by = 1$ 的 y 截距是 $\frac{1}{b}$ 。

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{b} &> 0 \\ b &> 0\end{aligned}$$

∴ I 正確。

II. $ax + by = 1$ 的 x 截距是 $\frac{1}{a}$ 。

$cx + dy = 1$ 的 x 截距是 $\frac{1}{c}$ 。

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{a} &< 0 \text{ 及 } \frac{1}{c} < 0 \\ a &< 0 \text{ 及 } c < 0\end{aligned}$$

及 $\frac{1}{c} > \frac{1}{a}$

$$\begin{aligned}\frac{ac}{c} &> \frac{ac}{a} \\ a &> c\end{aligned}$$

∴ II 不正確。

III. $cx + dy = 1$ 的 y 截距是 $\frac{1}{d}$ 。

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{b} &= \frac{1}{d} \\ b &= d\end{aligned}$$

$$b - d = 0$$

∴ III 正確。

∴ 只有 I 及 III 正確。

8. A

- I. L_1 的斜率 $= -\frac{5}{p}$
 L_2 的斜率 $= -\frac{r}{2}$
 $\therefore -\frac{5}{p} > 0$ 及 $-\frac{r}{2} > 0$
 $p < 0$ 及 $r < 0$
 及 $-\frac{r}{2} > -\frac{5}{p}$
 $-\frac{r}{2}(-2p) > -\frac{5}{p}(-2p)$
 $pr > 10$
 $\therefore$ I 正確。
- II. L_1 的 x 截距 $= \frac{q}{5}$
 L_2 的 x 截距 $= \frac{s}{r}$
 $\therefore \frac{s}{r} > \frac{q}{5}$
 $\frac{s}{r}(5r) < \frac{q}{5}(5r)$
 $5s < qr$
 $\therefore$ II 不正確。
- III. L_1 的 y 截距 $= \frac{q}{p}$
 L_2 的 y 截距 $= \frac{s}{2}$
 $\therefore \frac{s}{2} > \frac{q}{p}$
 $\frac{s}{2}(2p) < \frac{q}{p}(2p)$
 $ps < 2q$
 $\therefore$ III 不正確。
- $\therefore$ 只有 I 正確。

9. D

- I. 斜率 $= -\frac{1}{c}$
 $\therefore -\frac{1}{c} > 0$
 $c < 0$
 $\therefore$ I 正確。
- II. x 截距 $= -\frac{d}{1} = -d$
 $\therefore -d < 0$
 $d > 0$
 $\therefore$ II 不正確。
- III. y 截距 $= -\frac{d}{c}$
 $\therefore -\frac{d}{c} < 1$
 $-\frac{d}{c}(-c) < -c$
 $d < -c$
 $c + d < 0$
 $\therefore$ III 正確。
- $\therefore$ 只有 I 及 III 正確。

10. D

$$\text{I. } x \text{ 截距} = -\frac{12}{h}$$

$$\therefore -\frac{12}{h} > 0$$

$$h < 0$$

$$\text{及 } -\frac{12}{h} > 4$$

$$-\frac{12}{h}(h) < 4h$$

$$-12 < 4h$$

$$h > -3$$

$\therefore$ I 正確。

$$\text{II. } y \text{ 截距} = -\frac{12}{k}$$

$$\therefore -\frac{12}{k} < 0$$

$$k > 0$$

$$\text{及 } -\frac{12}{k} > -6$$

$$-\frac{12}{k}(k) > -6k$$

$$-12 > -6k$$

$$k > 2$$

$\therefore$ II 正確。

$$\text{III. 斜率} = -\frac{h}{k}$$

$$\therefore -\frac{h}{k} < \frac{0 - (-6)}{4 - 0}$$

$$-\frac{h}{k}(2k) < \frac{3}{2}(2k)$$

$$-2h < 3k$$

$$2h + 3k > 0$$

$\therefore$ III 正確。

另解

$$2h + 3k > 2(-3) + 3(2)$$

$$2h + 3k > 0$$

$\therefore$ III 正確。

$\therefore$ I、II 及 III 正確。

11. B

設 (c, d) 為 B 的坐標及 $H(2, 10)$ 為 $\triangle OAB$ 的垂心。

$$\therefore OB \perp AH$$

$$\therefore OB \text{ 的斜率} \times AH \text{ 的斜率} = -1$$

$$\frac{d-0}{c-0} \times \frac{18-10}{18-2} = -1$$

$$\frac{d}{2c} = -1$$

$$d = -2c$$

$$\therefore OA \perp BH$$

$$\therefore OA \text{ 的斜率} \times BH \text{ 的斜率} = -1$$

$$\frac{18-0}{18-0} \times \frac{d-10}{c-2} = -1$$

$$\frac{-2c-10}{c-2} = -1$$

$$-2c-10 = 2-c$$

$$c = -12$$

$\therefore$ B 的 x 坐標是 -12 。

12. A

$\therefore \triangle OPQ$ 是一個直角三角形，其中

$$\angle POQ = 90^\circ。$$

$\therefore \triangle OPQ$ 的外心是 PQ 的中點。

$$\text{即 } \left(\frac{p+0}{2}, \frac{0+q}{2} \right) = \left(\frac{p}{2}, \frac{q}{2} \right)$$

把 $\left(\frac{p}{2}, \frac{q}{2} \right)$ 代入 $6x - 8y + 3q = 0$ 。

$$6\left(\frac{p}{2}\right) - 8\left(\frac{q}{2}\right) + 3q = 0$$

$$3p - q = 0$$

$$3p = q$$

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$$

$$p : q = \underline{1 : 3}$$

13. B

設 θ 為直線 $y = \sqrt{3}x$ 的傾角。

$$\text{斜率} = \sqrt{3}$$

$$\tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$\therefore \angle BOA$ 的角平分線的方程是

$$y - 0 = \tan \frac{60^\circ}{2} (x - 0)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$$

$$x = \sqrt{3}y$$

留意 $\angle BAO = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle BAO$ 的角平分線的方程是

$$y - 0 = -\tan \frac{90^\circ}{2} [x - (1 + \sqrt{3})]$$

$$y = -x + 1 + \sqrt{3}$$

$$x + y - 1 - \sqrt{3} = 0$$

考慮 $\begin{cases} x = \sqrt{3}y \\ x + y - 1 - \sqrt{3} = 0 \end{cases}$ 。

求解後，可得 $x = \sqrt{3}$ 及 $y = 1$ 。

$\therefore$ 內心的 x 坐標是 $\sqrt{3}$ 。

姓名：_____

班別：_____ ()

DSE 課題精進練習**5 除法算式、餘式定理及因式定理****高中****基礎課題****要點重溫****(a) 除法算式**

假設把多項式 $f(x)$ 除以另一多項式 $g(x)$ 。

將商式及餘式分別記為 $Q(x)$ 及 $R(x)$ 。我們可得

$$f(x) = g(x) \times Q(x) + R(x)$$

注意： $R(x)$ 的次數必定小於 $g(x)$ 的次數。

(b) 餘式定理

(i) 當多項式 $f(x)$ 除以 $x - a$ 時，
餘式是 $f(a)$ 。

(ii) 當多項式 $f(x)$ 除以 $mx - n$ 時，
餘式是 $f\left(\frac{n}{m}\right)$ 。

(c) 因式定理

(i) 若 $f(x)$ 為一多項式且 $f(a) = 0$ ，
則 $x - a$ 是 $f(x)$ 的因式。

反過來說，

若 $x - a$ 是多項式 $f(x)$ 的因式，
則 $f(a) = 0$ 。

(ii) 若 $f(x)$ 是一個多項式且 $f\left(\frac{n}{m}\right) = 0$ ，
則 $mx - n$ 是 $f(x)$ 的因式。

反過來說，

若 $mx - n$ 是多項式 $f(x)$ 的因式，
則 $f\left(\frac{n}{m}\right) = 0$ 。

	<i>DSE</i> 程度 ②+	<i>DSE</i> 程度 ④+	<i>DSE</i> 程度 ⑤**
習題 5A	1–5	6–8	9–12
習題 5B	1–5	6	7–8

習題 5A 問答題

1. 設 $f(x)$ 為一多項式。當 $f(x)$ 除以 $(x-2)(x-3)$ 時，商式為 $4x-5$ 且餘式為 $6x+k$ ，其中 k 為一常數。若 $x-1$ 是 $f(x)$ 的因式，求 k 的值。

2+

[illegible]

2. 設 $f(x) = kx^3 - x^2 - 7x + 3k$ ，其中 k 為一常數。當 $f(x)$ 除以 $x - 2$ 時，餘數為 4。

2+

(a) $x + 2$ 是否 $f(x)$ 的因式？試解釋你的答案。

(b) 某人宣稱方程 $f(x) = 0$ 的所有根均為整數。你是否同意？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2014 (卷一) 第 7 題

3. 設 $f(x) = ax^3 - 5x^2 + bx + 6$ ，其中 a 及 b 均為常數。已知 $x - 3$ 是 $f(x)$ 的因式。當 $f(x)$ 除以 $x + 2$ 時，餘數為 $b + 4$ 。

2+

(a) 求 a 及 b 的值。

(b) 某人宣稱方程 $f(x) = 0$ 的所有根均為有理數。你是否同意？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2014 (卷一) 第 7 題

[illegible]

4. 設 $f(x) = 6x^3 + kx^2 + 34x - 15$ ，其中 k 為一常數。已知 $f(x) = (x + 3)(ax^2 + bx + c)$ ，其中 a 、 b 及 c 均為常數。

2+

(a) 求 a 、 b 、 c 及 k 的值。

(b) 某人宣稱方程 $f(x) = 0$ 的所有根均為實數。你是否同意？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2013 (卷一) 第 12 題

[illegible]

5. 設 $f(x) = (x + 2)q(x) + 3$ ，其中 $q(x)$ 為一個二次多項式。當 $f(x)$ 除以 $(x + 2)^2$ 時，商式及餘式分別為 $x - 1$ 及 $hx + k$ ，其中 h 及 k 均為常數。已知 $f(x)$ 可被 $x + 3$ 整除。
- (a) 求 h 及 k 的值。
- (b) 某人宣稱方程 $f(x) = 0$ 的所有根均為整數。你是否同意？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2015 (卷一) 第 11 題

```
=====
```

6. 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$ ，其中 a 及 b 均為常數。 $f(x)$ 可被 $x + 2$ 整除。當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 時，餘數為 7。

4+

(a) 求 $f(x)$ 。

(b) 設 $h(x) = f(x) + 4x^2 - 22x + 15$ 。

(i) 證明 $x - 3$ 是 $h(x)$ 的因式。

(ii) 因式分解 $h(x)$ 。

(iii) 解方程 $h(x) = x^2 - 4x + 3$ 。

[illegible]

7. 設 $f(x) = 2x^3 - 11x^2 - 31x + 68$ 。當 $f(x)$ 除以 $x^2 + ax - 6$ 時，商式及餘式分別為 $bx + 3$ 及 $2x - c$ ，其中 a 、 b 及 c 均為常數。

4+

(a) 求 a 的值。

(b) 設 $g(x)$ 為三次多項式使得當 $g(x)$ 除以 $6 - ax - x^2$ 時，餘式為 $c - 2x$ 。

(i) 證明 $f(x) + g(x)$ 可被 $x^2 + ax - 6$ 整除。

(ii) 明德宣稱方程 $f(x) + g(x) = 0$ 的所有根均為整數。你是否同意？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2017 (卷一) 第 14 題

[illegible]

8. 設 $p(x) = 12x^4 + 4x^3 + ax^2 + bx + c$ ，其中 a 、 b 及 c 均為常數。當 $p(x)$ 除以 $x + 1$ 時及當 $p(x)$ 除以 $x - 1$ 時，所得的兩餘數相等。已知 $p(x) \equiv (kx^2 + x + 5)(6x^2 + mx + n)$ ，其中 k 、 m 及 n 均為常數。

4+

(a) 求 k 、 m 及 n 的值。

(b) 方程 $p(x) = 0$ 有多少個實根？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2016 (卷一) 第 14 題

[illegible]

9. 設 $f(x)$ 為三次多項式。已知 $f(x)$ 可被 $3x^2 - 4x + 2$ 整除。當 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 時，餘數為 7。

5**

當 $f(x)$ 除以 $x + 3$ 時，餘數為 -41 。

(a) 求當 $f(x)$ 除以 $3x^2 - 4x + 2$ 時的商式。

(b) 方程 $f(x) = 0$ 有多少個實根？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2019 (卷一) 第 11 題

[illegible]

10. 三次多項式 $f(x)$ 可被 $x - 2$ 整除。當 $f(x)$ 除以 $x^2 - 4$ 時，餘式為 $kx + 6$ ，其中 k 為一常數。

5**

(a) 求 k 的值。

(b) 已知 $x + 3$ 是 $f(x)$ 的因式。當 $f(x)$ 除以 x 時，餘數為 30。某人宣稱方程 $f(x) = 0$ 的所有根均為整數。該宣稱是否正確？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2020 (卷一) 第 13 題

[illegible]

11. 設 $f(x)$ 為一多項式。當 $f(x)$ 除以 $x^2 - x + 1$ 時，商式及餘式分別為 $2x^2 + x - k$ 及 $-21x + k - 6$ ，其中 k 為一常數。當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 時，餘數為 -8 。

5**

- (a) 求 k 的值。
- (b) 證明 $x^2 - x - 6$ 是 $f(x)$ 的因式。
- (c) 某人宣稱方程 $f(x) = 0$ 的所有根均為實數。該宣稱是否正確？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2021 (卷一) 第 12 題

[illegible]

12. 設 $p(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ ，其中 a 及 b 均為常數。當 $p(x)$ 除以 $x^2 + 3x - 5$ 時，餘式為 $4x + 2$ 。

5**

(a) 求 a 及 b 的值。

(b) $x + 4$ 是否 $p(x)$ 的因式？試解釋你的答案。

(c) 某人宣稱方程 $p(x) = 0$ 有兩個無理數根。你是否同意？試解釋你的答案。

試題參考

HKDSE 2022 (卷一) 第 14 題

[illegible]

習題 5B 多項選擇題

1. 設 k 為一常數使得 $6x^3 - x^2 + kx - 5$ 可被 $2x + 1$ 整除。求 k 的值。

2+

- A. -14
- B. -12
- C. 0
- D. 9

試題參考

HKDSE 2012 (卷二) 第 4 題

2. 設 k 為一常數使得 $3x^4 - kx^3 - 9x + 15$ 可被 $3x - k$ 整除。求 k 的值。

2+

- A. -15
- B. -5
- C. 5
- D. 15

試題參考

HKDSE 2019 (卷二) 第 9 題

3. 設 $p(x) = kx^4 - 3kx^2 + 6x + 2$ ，其中 k 為一常數。若 $x + 1$ 是 $p(x)$ 的因式，則 $p(1) =$

2+

- A. -2。
- B. 0。
- C. 12。
- D. 14。

試題參考

HKDSE 2020 (卷二) 第 6 題

4. 設 $f(x) = x^{23} + 4x + c$ ，其中 c 為一常數。若 $f(x)$ 可被 $x - 1$ 整除，求當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 時的餘數。

2+

- A. 0。
- B. -5。
- C. -8。
- D. -10。

試題參考

HKDSE 2013 (卷二) 第 9 題

5. 設 $f(x) = (x - h)(x + 3) + k$ ，其中 h 及 k 均為常數。 $x + 2$ 是 $f(x)$ 的因式。當 $f(x)$ 除以 $x + 4$ 時，餘數為 16。求 h 的值。
- (2+)**
- A. -7
B. -5
C. 5
D. 7

6. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ ，其中 a 及 b 均為常數。若 $f(x)$ 可被 $x - 2$ 整除，求當 $f(x)$ 除以 $x + 2$ 時的餘數。
- (4+)**
- A. 0
B. -16
C. $-8a$
D. $-8a - 16$

試題參考

HKDSE 2022 (卷二) 第 9 題

7. 設 k 為一非零常數。若多項式 $f(x)$ 可被 $x + 4$ 整除，下列何者為 $f(x - 4)$ 的因式？

- (5**)**
- A. kx
B. $kx - 4$
C. $kx + 4$
D. $4kx - 1$

8. 設 $f(x)$ 為一多項式。當 $f(x)$ 除以 $x - 3$ 時，餘數為 4。當 $f(x)$ 除以 $3x - 1$ 時，餘數為 -4 。求當 $f(x)$ 除以 $3x^2 - 10x + 3$ 時的餘式。

- (5**)**
- A. $3x - 5$
B. $3x + 5$
C. $-3x + 5$
D. $-3x - 5$

試題參考

HKDSE 2021 (卷二) 第 8 題

5 除法算式、餘式定理及因式定理

答案

習題 5A

1. -4
2. (a) 是
(b) 否
3. (a) $a = 3$, $b = -14$
(b) 否
4. (a) $a = 6$, $b = 13$, $c = -5$, $k = 31$
(b) 是
5. (a) $h = -1$, $k = 1$
(b) 是
6. (a) $x^3 - x^2 - 3x + 6$
(b) (ii) $(x - 1)(x - 3)(x + 7)$
(iii) $1, 3, -6$
7. (a) -7
(b) (ii) 否
8. (a) $k = 2$, $m = -1$, $n = 1$
(b) 0
9. (a) $2x + 5$
(b) 1
10. (a) -3
(b) 是
11. (a) 13
(c) 否
12. (a) $a = 7$, $b = -17$
(b) 是
(c) 否

習題 5B

1. B
2. C
3. C
4. D
5. C
6. B
7. A
8. A

姓名：_____

班別：_____ ()

DSE 課題精進練習**9 複合不等式** **高中** **基礎課題****要點重溫****(a) 含有「及」的複合不等式**

要解以 x 為未知數且含有「及」的複合一次不等式，
我們要找出能同時滿足**所有**不等式的 x 值的範圍。

例如：

$x < -2$ 及 $x \leq 1$	$x \geq -2$ 及 $x < 1$	$x < -2$ 及 $x > 1$
$x < -2$	$-2 \leq x < 1$	無解

(b) 含有「或」的複合不等式

要解以 x 為未知數且含有「或」的複合一次不等式，
我們要找出能滿足**最少一個**不等式的 x 值的範圍。

例如：

$x < -2$ 或 $x \leq 1$	$x \leq -2$ 或 $x > 1$	$x \geq -2$ 或 $x < 1$
$x \leq 1$	$x \leq -2$ 或 $x > 1$	所有實數

習題 9A 問答題

- 2+

- 試題參考**
HKDSE 2012 (卷一) 第 6 題

2. (a) 求同時滿足 $\frac{2-x}{3} \leq 2(x+12)$ 及 $6x+16 > 1$ 的 x 值的範圍。

2+

(b) 寫出同時滿足 (a) 部的不等式的最小整數。

試題參考

HKDSE 2015 (卷一) 第 5 題

3. (a) 求同時滿足 $5(x+4) \leq \frac{3x+5}{2}$ 及 $-2-x < 7$ 的 x 值的範圍。

2+

- (b) 有多少個整數同時滿足 (a) 部的不等式？

試題參考

HKDSE 2017 (卷一) 第 5 題

4. (a) 求同時滿足 $\frac{7-2x}{5} > x+7$ 及 $x+7 \geq 0$ 的 x 值的範圍。

2+

(b) 寫出同時滿足 (a) 部的不等式的最大整數。

試題參考

HKDSE 2018 (卷一) 第 6 題

5. (a) 求同時滿足 $\frac{4(x+5)}{3} + 6 > 2(x+1)$ 及 $x + 9 \geq 0$ 的 x 值的範圍。

2+

(b) 有多少個正整數同時滿足 (a) 部的不等式？

試題參考

HKDSE 2021 (卷一) 第 4 題

6. (a) 解不等式 $\frac{27-6x}{5} > 18-4x$ 。

2+

(b) 求同時滿足不等式 $\frac{27-6x}{5} > 18-4x$ 及不等式 $24-3x > 0$ 的整數。

試題參考

HKDSE 2013 (卷一) 第 5 題

7. (a) 解不等式 $\frac{x+11}{3} \leq 5(x-3)$ 。

2+

(b) 求同時滿足不等式 $\frac{x+11}{3} \leq 5(x-3)$ 及不等式 $56-7x \geq 0$ 的整數的數目。

試題參考

HKDSE 2019 (卷一) 第6題

8. 考慮複合不等式

2+

$2x + 8 < 4(x + 12)$ 或 $3x + 6 \leq 0$ (*)。

(a) 解 (*)。

(b) 寫出滿足 (*) 的最大負整數。

試題參考

HKDSE 2016 (卷一) 第 6 題

9. 考慮複合不等式

2+

$$4 + x > \frac{9 + 2x}{3} \text{ 或 } 7 - x > 10 \dots\dots\dots (*)。$$

(a) 解 (*)。

(b) 寫出滿足 (*) 的最大負整數。

試題參考

HKDSE 2020 (卷一) 第 6 題

2+

(a) 解 (*)。

(b) 寫出滿足 (*) 的最大整數。

HKDSE 2022 (卷一) 第 6 題

習題 9B 多項選擇題

1. $-3x > 28 + 4x$ 及 $3x + 15 < 0$ 的解為

(2+)

- A. $x < -5$ 。
- B. $x < -4$ 。
- C. $x > -4$ 。
- D. $-5 < x < -4$ 。

試題參考

HKDSE 2016 (卷二) 第 7 題

2. $6 + 3x < 12$ 及 $\frac{3-2x}{7} > -1$ 的解為

(2+)

- A. $x < 2$ 。
- B. $x > 2$ 。
- C. $x < 5$ 。
- D. $x > 5$ 。

試題參考

HKDSE 2016 (卷二) 第 7 題

3. $-5x < 10 < 2x$ 的解為

(2+)

- A. $x > -2$ 。
- B. $x > 0$ 。
- C. $x > 5$ 。
- D. $-2 < x < 5$ 。

試題參考

HKDSE 2014 (卷二) 第 7 題

4. $3x + 7 < 2x < \frac{x}{2} + 9$ 的解為

(2+)

- A. $x < -7$ 。
- B. $x < 6$ 。
- C. $x < 7$ 。
- D. $-7 < x < 6$ 。

試題參考

HKDSE 2014 (卷二) 第 7 題

5. $4 - 2x < 3x - 6$ 或 $8 - 2x > 10$ 的解為

(2+)

- A. $x < -1$ 。
- B. $x < 2$ 。
- C. $x > 2$ 。
- D. $x < -1$ 或 $x > 2$ 。

試題參考

HKDSE 2017 (卷二) 第 5 題

6. $\frac{7-3x}{2} \geq 1-x$ 或 $2x+11 < 1$ 的解為

2+

- A. $x < -5$ 。
- B. $x > -5$ 。
- C. $x \leq 5$ 。
- D. $x \geq 5$ 。

試題參考

HKDSE 2018 (卷二) 第 13 題

7. 滿足複合不等式 $-3(x+1)-4 < 5$ 或 $\frac{4x-5}{3} > 5$ 的最小整數為

4+

- A. -4 。
- B. -3 。
- C. 5 。
- D. 6 。

試題參考

HKDSE 2019 (卷二) 第 7 題

8. 已知 $\frac{3x}{2} = \frac{4y}{5} = \frac{6z}{7}$ ，其中 x 、 y 及 z 均為正數。下列何者正確？

4+

- A. $x < y < z$
- B. $x < z < y$
- C. $y < x < z$
- D. $y < z < x$

試題參考

HKDSE 2014 (卷二) 第 12 題

9. 設 k 為一正常數。求 k 值的範圍使得二次方程 $x^2 - 4x - k = -5$ 沒有實根。

4+

- A. $k < 1$
- B. $k > 1$
- C. $0 < k < 1$
- D. $0 < k \leq 1$

10. 設 k 為一常數。求 k 值的範圍使得對於所有實數 x ， $2x^2 - 8x + k + 7 \geq 0$ 。

5**

- A. $k \leq -1$
- B. $k \leq 1$
- C. $k \geq -1$
- D. $k \geq 1$

9 複合不等式

答案

習題 9A

1. (a) $x < 3$
(b) 2
2. (a) $x > -2.5$
(b) -2
3. (a) $-9 < x \leq -5$
(b) 4
4. (a) $-7 \leq x < -4$
(b) -5
5. (a) $-9 \leq x < 16$
(b) 15
6. (a) $x > 4.5$
(b) 5, 6, 7
7. (a) $x \geq 4$
(b) 5
8. (a) 所有實數
(b) -1
9. (a) $x < -3$ 或 $x > -3$
(b) -1
10. (a) $x < -3$
(b) -4

習題 9B

1. A
2. A
3. C
4. A
5. D
6. C
7. B
8. B
9. C
10. D