

# 目錄

## 學期考試卷 4A

卷一 .....	P.A1
卷一 評卷參考 .....	P.A25
卷二 (即將提供)	
卷二 題解 (即將提供)	

## 學期考試卷 4B

卷一 .....	P.B1
卷一 答案 (即將提供評卷參考) .....	P.B24
卷二 .....	P.B25
卷二 答案 (即將提供題解) .....	P.B36

此頁空白。

姓名	
班別	( )
日期	
積分	

### 問答題

兩小時完卷

#### 考生須知

1. 在適當位置寫下你的姓名、班別及班號。
2. 本試卷分三部，即甲部 (1)、甲部 (2) 和乙部。
3. 本試卷各題均須作答。
4. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
5. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

\*\*\*\*\*

#### 甲部 (1) (30 分)

1. 化簡  $\frac{(a^4b^{-1})^3}{a^{-6}b^5}$ ，並以正指數表示答案。 (3 分)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



4. 設  $p$  及  $q$  為兩個數。 $p$  與  $-q$  之和為 16 而 5 與  $q$  之積為  $p$ 。求  $q$ 。 (3分)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. 因式分解  
(a)  $4k^2 + 4k + 1$  ,  
(b)  $(h - 2k)^2 - 4k^2 - 4k - 1$  。 (4分)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。







甲部 (2) (30 分)

9. 圖 2 所示為函數  $y = 2x^2 + 5x - c$  的圖像，其中  $c$  是常數。該圖像與  $y$  軸相交於  $P$  點。

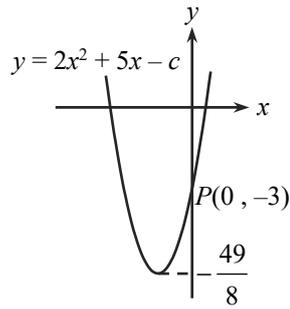


圖 2

- (a) 求  $c$  的值。 (2 分)
- (b) 求該圖像的對稱軸的方程。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。





寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。







寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

– 試卷完 –

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

高中  
 牛津數學新世代 4A  
 學期考試卷 4A  
 卷一 評卷參考

解		分
1.	$\frac{(a^4b^{-1})^3}{a^{-6}b^5}$ $= \frac{a^{12}b^{-3}}{a^{-6}b^5}$ $= \frac{a^{10+6}}{b^{5+3}}$ $= \frac{a^{16}}{b^8}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (3)</p>
2.	$\frac{8-5x}{y} = 2$ $8-5x = 2y$ $-5x = 2y-8$ $x = \frac{8-2y}{5}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (3)</p>
3.	$\frac{7}{2n+3} + \frac{4}{n-5}$ $= \frac{7(n-5) + 4(2n+3)}{(2n+3)(n-5)}$ $= \frac{7n-35+8n+12}{(2n+3)(n-5)}$ $= \frac{15n-23}{(2n+3)(n-5)}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (3)</p>
4.	$\begin{cases} p-q=16 \dots\dots\dots(1) \\ p=5q \dots\dots\dots(2) \end{cases}$ <p>把 (2) 代入 (1)。</p> $5q-q=16$ $4q=16$ $q=4$	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (3)</p>

解		分
5. (a)	$4k^2 + 4k + 1$ $= (2k + 1)^2$	1A
(b)	$(h - 2k)^2 - 4k^2 - 4k - 1$ $= (h - 2k)^2 - (4k^2 + 4k + 1)$ $= (h - 2k)^2 - (2k + 1)^2$ $= (h - 2k + 2k + 1)[h - 2k - (2k + 1)]$ $= (h + 1)(h - 4k - 1)$	1M 1M 1A ----- (4)
6.	<p>設 \$x\$ 為該書籍的成本。</p> $(6.25\%)x = 5$ $x = \frac{5}{0.0625}$ $x = 80$ <p>該書籍的售價</p> $= \$(80 - 5)$ $= \$75$ <p>設 \$y\$ 為該書籍的標價。</p> $(75\%)y = 75$ $y = \frac{75}{0.75}$ $y = 100$ <p>∴ 該書籍的標價是 \$100。</p>	1M  1M  1A ----- (4)
7. (a)	<p>在 <math>\triangle ADM</math> 和 <math>\triangle BMC</math> 中，</p> $\angle ADM = \angle BMC$ (同位角， $AD \parallel BM$ ) $DM = MC$ (已知) $\angle AMD = \angle BCM$ (同位角， $AM \parallel BC$ ) $\therefore \triangle ADM \cong \triangle BMC$ (ASA)	
<p><b>評分標準：</b></p>		
<p><b>情況 1</b> 附有正確理由的任何正確證明。</p>		2
<p><b>情況 2</b> 未附有正確理由的任何正確證明。</p>		1

解		分
(b)	從 (a) 部， $\angle DAM$ $= \angle MBC$ $= 37^\circ$  $\angle BAM$ $= 180^\circ - \angle ADM - \angle MBC$ $= 180^\circ - 74^\circ - 37^\circ$ $= 69^\circ$	1M   1M 1A -----(5)
8. (a)	由於方程 $16x^2 + 40x + a = 0$ 有等根，因此可得 $\Delta = 0$ 。 $40^2 - 4(16)a = 0$ $1\ 600 - 64a = 0$ $a = 25$	1M + 1A  1A
(b)	$y = g(x) - 49$ $= 16x^2 + 40x - 24$ (從 (a) 部) $= 8(x + 3)(2x - 1)$  $\therefore y = g(x) - 49$ 的圖像的 $x$ 截距是 $-3$ 及 $\frac{1}{2}$ 。	1M   1A -----(5)
9. (a)	$y$ 截距 $= -c$ $-3 = -c$ $c = 3$	1M 1A -----(2)
(b)	從 (a) 部， $y = 2x^2 + 5x - 3$ 。 把 $y = -\frac{49}{8}$ 代入 $y = 2x^2 + 5x - 3$ 。 $2x^2 + 5x - 3 = -\frac{49}{8}$ $2x^2 + 5x + \frac{25}{8} = 0$ $16x^2 + 40x + 25 = 0$ $(4x + 5)^2 = 0$ $x = -\frac{5}{4}$  $\therefore$ 對稱軸的方程是 $x = -\frac{5}{4}$ 。	1M   1M   1A -----(3)

解		分
10. (a)	當 $f(x)$ 除以 $x+2$ 時，餘式是 25。 被除式 = 除式 $\times$ 商式 + 餘式 $f(x) = (x+2)(2x^2 - 5x - 8) + 25$ $= 2x^3 - x^2 - 18x - 16 + 25$ $= 2x^3 - x^2 - 18x + 9$ $f(3) = 2(3)^3 - 3^2 - 18(3) + 9$ $= 0$	1M  1M   1A -----(3)
(b)	利用長除法， $\begin{array}{r} 2x^2 + 5x - 3 \\ x-3 \overline{) 2x^3 - x^2 - 18x + 9} \\ \underline{2x^3 - 6x^2} \phantom{+ 9} \\ 5x^2 - 18x \phantom{+ 9} \\ \underline{5x^2 - 15x} \phantom{+ 9} \\ -3x + 9 \\ \underline{-3x + 9} \\ 0 \end{array}$ $\therefore f(x) = (x-3)(2x^2 + 5x - 3)$ $= (x-3)(2x-1)(x+3)$ $f(x) = 0$ $(x-3)(2x-1)(x+3) = 0$ $x = 3 \text{ 或 } \frac{1}{2} \text{ 或 } -3$	          1M + 1A          1A -----(3)







解		分
(b)	$\alpha + \beta = -\frac{-2(m+1)}{1} = 2(m+1)$ $\alpha\beta = \frac{m^2-3}{1} = m^2-3$ $\alpha^2 + \beta^2 = 20$ $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 20$ $[2(m+1)]^2 - 2(m^2-3) = 20$ $4m^2 + 8m + 4 - 2m^2 + 6 = 20$ $2m^2 + 8m - 10 = 0$ $m^2 + 4m - 5 = 0$ $(m-1)(m+5) = 0$ $m = 1 \text{ 或 } -5$ <p>從 (a) 部的結果，當 <math>m = -5</math> 時，該方程沒有兩個相異實根。  <math>\therefore m = 1</math></p>	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (3)</p>
16. (a)	$y = -\frac{1}{5}x^2 + 10x$ $= -\frac{1}{5}(x^2 - 50x)$ $= -\frac{1}{5}\left[x^2 - 50x + \left(\frac{-50}{2}\right)^2 - \left(\frac{-50}{2}\right)^2\right]$ $= -\frac{1}{5}(x^2 - 50x + 625) + 125$ $= -\frac{1}{5}(x - 25)^2 + 125$ <p><math>\therefore</math> 頂點坐標是 (25, 125)。</p>	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (2)</p>
(b)	<p>所求函數的圖像的 <math>x</math> 截距是 0 和 52。</p> <p>所求二次函數的圖像的頂點坐標</p> $= \left(\frac{0+52}{2}, 125\right)$ $= (26, 125)$ <p>設 <math>y = a(x-26)^2 + 125</math> 為所求的二次函數。</p> <p>把 <math>x = 0</math> 和 <math>y = 0</math> 代入 <math>y = a(x-26)^2 + 125</math>。</p> $0 = a(0-26)^2 + 125$ $a = -\frac{125}{676}$ <p><math>\therefore</math> 所求的二次函數是 <math>y = -\frac{125}{676}(x-26)^2 + 125</math>。</p>	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (3)</p>

解	分
<p>17. (a) <math>\because \alpha</math> 和 <math>\beta</math> 是 <math>x^2 + 6x + k = 0</math> 的兩個相異實根。</p> <p><math>\therefore \Delta &gt; 0</math></p> <p><math>6^2 - 4(1)(k) &gt; 0</math></p> <p><math>36 - 4k &gt; 0</math></p> <p><math>k &lt; 9</math></p>	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (2)</p>
<p>(b) <math>\alpha + \beta = -\frac{6}{1} = -6</math></p> <p><math>AB</math> 的中點的 <math>x</math> 坐標</p> <p><math>= \frac{\alpha + \beta}{2}</math></p> <p><math>= \frac{-6}{2}</math></p> <p><math>= -3</math></p> <p><math>\therefore</math> 對稱軸的方程是 <math>x = -3</math>。</p>	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (2)</p>

解	分
<p>(c) 考慮 <math>x^2 + 6x + k = 0</math>。</p> $\alpha + \beta = -6$ $\alpha\beta = \frac{k}{1} = k$ <p>考慮 <math>-2x^2 + bx + c = 0</math>。</p> $\alpha + \beta = -\frac{b}{-2} = \frac{b}{2}$ $\alpha\beta = \frac{c}{-2} = -\frac{c}{2}$ $\therefore \frac{b}{2} = -6$ $b = -12$ $-\frac{c}{2} = k$ $c = -2k$ $\therefore y = -2x^2 - 12x - 2k$ <p>把 <math>x = -3</math> 代入 <math>y = -2x^2 - 12x - 2k</math>。</p> $y = -2(-3)^2 - 12(-3) - 2k$ $= 18 - 2k$ $\therefore \text{頂點的 } y \text{ 坐標} = 18 - 2k$ <p><math>\triangle ABC</math> 的面積</p> $= \frac{1}{2}(\alpha - \beta)(18 - 2k)$ $= \frac{1}{2}(18 - 2k)\sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$ $= \frac{1}{2}(18 - 2k)\sqrt{(-6)^2 - 4k}$ $= 2(9 - k)\sqrt{9 - k}$ <p>當 <math>k = -7</math> 時，</p> <p><math>\triangle ABC</math> 的面積</p> $= 2[9 - (-7)]\sqrt{9 - (-7)}$ $= 128$ <p><math>\therefore</math> 當 <math>k &lt; -7</math> 時，<math>\triangle ABC</math> 的面積隨着 <math>k</math> 減少而增加。</p> <p><math>\therefore</math> 當 <math>k &lt; -7</math> 時，<math>\triangle ABC</math> 的面積會超過 128。</p> <p><math>\therefore</math> 同意該宣稱。</p>	<p>1M</p> <p>1M</p>
	<p>1A                  -----(3)</p>

解		分
<p>18. (a)</p> $y = x^2 - kx + k - 5$ $= x^2 - kx + \left(\frac{-k}{2}\right)^2 - \left(\frac{-k}{2}\right)^2 + k - 5$ $= x^2 - kx + \frac{k^2}{4} - \frac{k^2}{4} + k - 5$ $= \left(x - \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k - 5$ <p><math>\therefore</math> 該圖像的對稱軸的方程是 <math>x = 1</math>。</p> <p><math>\therefore \frac{k}{2} = 1</math></p> $k = 2$ <p>函數的極小值</p> $= -\frac{k^2}{4} + k - 5$ $= -\frac{2^2}{4} + 2 - 5$ $= -4$	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>1A</p> <p>----- (3)</p>	
<p>(b)</p> <p>從 (a) 部，<math>y = x^2 - 2x - 3</math>。</p> <p>把 <math>y = 0</math> 代入 <math>y = x^2 - 2x - 3</math>。</p> $x^2 - 2x - 3 = 0$ $(x + 1)(x - 3) = 0$ $x = -1 \text{ 或 } 3$ <p><math>\therefore</math> <math>A</math> 的坐標是 <math>(-1, 0)</math>，而 <math>B</math> 的坐標是 <math>(3, 0)</math>。</p> <p><math>y</math> 截距 = <math>-3</math></p> <p><math>\therefore</math> <math>C</math> 的坐標是 <math>(0, -3)</math>。</p> <p><math>BC</math> 的斜率</p> $= \frac{0 - (-3)}{3 - 0}$ $= 1$ <p><math>\therefore OD \perp BC</math></p> <p><math>\therefore OD</math> 的斜率 <math>\times BC</math> 的斜率 = <math>-1</math></p> $OD \text{ 的斜率} \times 1 = -1$ $OD \text{ 的斜率} = -1$ <p><math>\therefore OD</math> 的方程是</p> $y = -x$ $x + y = 0$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (3)</p>	

解	分
(c) 設 $(d, -d)$ 為 $D$ 的坐標，其中 $d > 0$ 。 把 $x = d$ 和 $y = -d$ 代入 $y = x^2 - 2x - 3$ 。 $-d = d^2 - 2d - 3$ $d^2 - d - 3 = 0$	1M
$d = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)}$ $= \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \text{ 或 } \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \text{ (捨去)}$	1M
$\therefore D \text{ 的坐標是 } \left( \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, -\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right)。$	1A ----- (3)