題解

第 2 章 直線的方程

Q & A (第 2.1 頁)

$$\text{斜率} = \frac{19.6-9.8}{2-1} = \underline{\underline{9.8}}$$

重溫練習 (第 2.4 頁)

1. (a) $$\text{距離} = \sqrt{(4-0)^2+(9-6)^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \underline{\underline{5}}$$

(b) $$\text{距離} = \sqrt{(8-2)^2+(8-0)^2} = \sqrt{6^2+8^2} = \underline{\underline{10}}$$

(c) $$\text{距離} = \sqrt{(6-1)^2+(-7-5)^2} = \sqrt{5^2+(-12)^2} = \underline{\underline{13}}$$

(d) $$\text{距離} = \sqrt{(-2-4)^2+[7-(-1)]^2} = \sqrt{(-6)^2+8^2} = \underline{\underline{10}}$$

2. (a) $$PQ\text{ 的斜率} = \frac{4-0}{2-0} = \underline{\underline{2}}$$

(b) $$PQ\text{ 的斜率} = \frac{9-3}{8-(-2)} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

(c) $$PQ\text{ 的斜率} = \frac{3-(-1)}{-1-5} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}}}$$

(d) $$PQ\text{ 的斜率} = \frac{-7-(-7)}{4-(-4)} = \underline{\underline{0}}$$

3. (a) AB 的斜率 $= \dfrac{2-1}{3-1} = \dfrac{1}{2}$

BC 的斜率 $= \dfrac{5-2}{9-3} = \dfrac{1}{2}$

∵ AB 的斜率 $=$ BC 的斜率

∴ <u>A、B 與 C 共線。</u>

(b) AB 的斜率 $= \dfrac{0-4}{2-1} = -4$

BC 的斜率 $= \dfrac{-2-0}{3-2} = -2$

∵ AB 的斜率 $\neq$ BC 的斜率

∴ <u>A、B 與 C 不共線。</u>

4. ∵ P、Q 與 R 共線。

∴ PQ 的斜率 $=$ QR 的斜率

$$\frac{3-6}{1-0} = \frac{a-3}{-1-1}$$
$$6 = a-3$$
$$a = \underline{\underline{9}}$$

5. (a) L_1 的斜率 $= \dfrac{3-(-1)}{1-(-2)} = \dfrac{4}{3}$

L_2 的斜率 $= 2$

∵ L_1 的斜率 $\neq L_2$ 的斜率

∴ <u>L_1 與 L_2 並不互相平行。</u>

(b) L_1 的斜率 $= \dfrac{4-5}{3-0} = -\dfrac{1}{3}$

L_2 的斜率 $= \dfrac{0-3}{9-0} = -\dfrac{1}{3}$

∵ L_1 的斜率 $= L_2$ 的斜率

∴ <u>L_1 與 L_2 互相平行。</u>

6. (a) L_1 的斜率 $= \dfrac{5-(-2)}{2-(-5)} = 1$

L_2 的斜率 $= -1$

∵ L_1 的斜率 $\times L_2$ 的斜率 $= 1 \times (-1) = -1$

∴ <u>L_1 與 L_2 互相垂直。</u>

(b) L_1 的斜率 $= \dfrac{2-3}{4-(-2)} = -\dfrac{1}{6}$

L_2 的斜率 $= \dfrac{0-(-4)}{1-0} = 4$

∵ L_1 的斜率 $\times L_2$ 的斜率 $= -\dfrac{1}{6} \times 4 = -\dfrac{2}{3} \neq -1$

∴ <u>L_1 與 L_2 並不互相垂直。</u>

7. (a) $\because$ $L_1 // PQ$

$\therefore$ L_1的斜率

$= PQ$的斜率

$= \dfrac{8-4}{-5-7}$

$= \underline{\underline{-\dfrac{1}{3}}}$

(b) $\because$ $L_2 \perp PQ$

$\therefore$ L_2的斜率 $\times$ PQ的斜率 $= -1$

L_2的斜率 $\times \left(-\dfrac{1}{3}\right) = -1$

L_2的斜率 $= \underline{\underline{3}}$

8. (a) $\because$ $L_1 // L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $= L_2$的斜率

$-4 = \dfrac{5-n}{2-(-2)}$

$-16 = 5-n$

$n = \underline{\underline{21}}$

(b) $\because$ $L_1 \perp L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $\times L_2$的斜率 $= -1$

$-4 \times \dfrac{5-n}{2-(-2)} = -1$

$n-5 = -1$

$n = \underline{\underline{4}}$

9. (a) 中點的坐標

$= \left(\dfrac{1+1}{2}, \dfrac{4+8}{2}\right)$

$= \underline{\underline{(1, 6)}}$

(b) 中點的坐標

$= \left(\dfrac{7+3}{2}, \dfrac{1+5}{2}\right)$

$= \underline{\underline{(5, 3)}}$

(c) 中點的坐標

$= \left(\dfrac{-5+9}{2}, \dfrac{0+6}{2}\right)$

$= \underline{\underline{(2, 3)}}$

(d) 中點的坐標

$= \left(\dfrac{0+(-2)}{2}, \dfrac{-6+(-10)}{2}\right)$

$= \underline{\underline{(-1, -8)}}$

10. (a) P的坐標

$= \left(\dfrac{1(0)+2(6)}{2+1}, \dfrac{1(1)+2(7)}{2+1}\right)$

$= \underline{\underline{(4, 5)}}$

(b) P的坐標

$= \left(\dfrac{3(1)+1(-3)}{1+3}, \dfrac{3(8)+1(4)}{1+3}\right)$

$= \underline{\underline{(0, 7)}}$

(c) P的坐標

$= \left(\dfrac{2(9)+3(4)}{3+2}, \dfrac{2(4)+3(-6)}{3+2}\right)$

$= \underline{\underline{(6, -2)}}$

11. $AB = 5QB$

$AQ + QB = 5QB$

$AQ = 4QB$

$\dfrac{AQ}{QB} = 4$

$\therefore$ $AQ : QB = 4 : 1$

Q的坐標

$= \left(\dfrac{1(-5)+4(0)}{4+1}, \dfrac{1(-8)+4(2)}{4+1}\right)$

$= \underline{\underline{(-1, 0)}}$

試算 2.1 (第 2.7 頁)

1. (a) L的斜率

$= \tan 36°$

$= \underline{\underline{0.727}}$ (準確至三位有效數字)

(b) L的斜率

$= \tan (180° - 130°)$

$= \underline{\underline{1.19}}$ (準確至三位有效數字)

2. (a) $\tan \theta = L$的斜率

$= 3$

$\theta = \underline{\underline{71.6°}}$ (準確至三位有效數字)

(b) $\tan \theta = L$的斜率

$= 0.4$

$\theta = \underline{\underline{21.8°}}$ (準確至三位有效數字)

試算 2.2 (第 2.28 頁)

1. $A = 3$，$B = 4$，$C = -24$

斜率 $= -\dfrac{3}{4}$

x 截距 $= -\dfrac{-24}{3} = 8$

y 截距 $= -\dfrac{-24}{4} = 6$

2. $A = 2$，$B = -7$，$C = 21$

斜率 $= -\dfrac{2}{-7} = \dfrac{2}{7}$

x 截距 $= -\dfrac{21}{2}$

y 截距 $= -\dfrac{21}{-7} = 3$

3. $A = 2$，$B = 3$，$C = 15$

斜率 $= -\dfrac{2}{3}$

x 截距 $= -\dfrac{15}{2}$

y 截距 $= -\dfrac{15}{3} = -5$

4. $A = 12$，$B = -9$，$C = 0$

斜率 $= -\dfrac{12}{-9} = \dfrac{4}{3}$

x 截距 $= -\dfrac{0}{12} = 0$

y 截距 $= -\dfrac{0}{-9} = 0$

即時訓練 1 (第 2.8 頁)

1. (a) L 的斜率

$= \dfrac{2-(-6)}{3-1}$

$= \dfrac{8}{2}$

$= 4$

(b) 設 θ 是 L 的傾角。

$\tan\theta = L$ 的斜率

$= 4$

$\theta = 76°$ (準確至最接近的度)

$\therefore$ L 的傾角是 $76°$。

2. (a) L 的斜率

$= \dfrac{-2-1}{-1-5}$

$= \dfrac{-3}{-6}$

$= \dfrac{1}{2}$

(b) 設 θ 是 L 的傾角。

$\tan\theta = L$ 的斜率

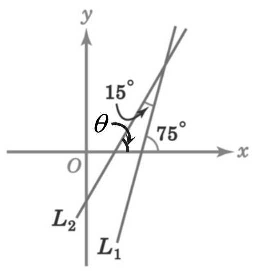
$= \dfrac{1}{2}$

$\theta = 27°$ (準確至最接近的度)

$\therefore$ L 的傾角是 $27°$。

即時訓練 2 (第 2.9 頁)

1. (a) 如圖標明，



$\theta + 15° = 75°$

$\theta = 60°$

$\therefore$ L_2 的傾角是 $60°$。

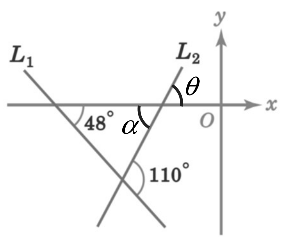
(b) L_2 的斜率

$= \tan\theta$

$= \tan 60°$

$= \sqrt{3}$

2. (a) 如圖標明，



$\alpha + 48° = 110°$

$\alpha = 62°$

$\theta = \alpha = 62°$

$\therefore$ L_2 的傾角是 $62°$。

(b) L_2 的斜率

$= \tan\theta$

$= \tan 62°$

$= \underline{1.9}$ (準確至一位小數)

即時訓練 3 (第 2.12 頁)

(a) L 的方程是

$$y - 2 = 6(x - 1)$$
$$y - 2 = 6x - 6$$
$$\underline{6x - y - 4 = 0}$$

(b) L 的方程是

$$y - 0 = \frac{1}{4}(x - 5)$$
$$4y = x - 5$$
$$\underline{x - 4y - 5 = 0}$$

(c) L 的方程是

$$y - 3 = -\frac{3}{2}[x - (-4)]$$
$$y - 3 = -\frac{3}{2}(x + 4)$$
$$2y - 6 = -3x - 12$$
$$\underline{3x + 2y + 6 = 0}$$

即時訓練 4 (第 2.13 頁)

(a) L 的方程是

$$y = -2x + 5$$
$$\underline{2x + y - 5 = 0}$$

(b) L 的方程是

$$y = \frac{1}{3}x + (-2)$$
$$3y = x - 6$$
$$\underline{x - 3y - 6 = 0}$$

(c) L 的方程是

$$y = \frac{1}{4}x + 0$$
$$4y = x$$
$$\underline{x - 4y = 0}$$

即時訓練 5 (第 2.14 頁)

(a) <u>斜率是 7 和 y 截距是 -4。</u>

(b) $x + y + 3 = 0$

$$y = -x - 3$$

∴ <u>斜率是 -1 和 y 截距是 -3。</u>

(c) $4x - 4y + 9 = 0$

$$4y = 4x + 9$$
$$y = x + \frac{9}{4}$$

∴ <u>斜率是 1 和 y 截距是 $\frac{9}{4}$。</u>

(d) $3x - 5y = 0$

$$5y = 3x$$
$$y = \frac{3}{5}x$$

∴ <u>斜率是 $\frac{3}{5}$ 和 y 截距是 0。</u>

即時訓練 6 (第 2.15 頁)

(a) L 的方程是

$$y - 2 = \frac{4-2}{3-1}(x - 1)$$
$$y - 2 = x - 1$$
$$\underline{x - y + 1 = 0}$$

(b) L 的方程是

$$y - 7 = \frac{-3-7}{4-(-1)}[x - (-1)]$$
$$y - 7 = -2(x + 1)$$
$$y - 7 = -2x - 2$$
$$\underline{2x + y - 5 = 0}$$

即時訓練 7 (第 2.18 頁)

(a) L 的方程是

$$y = -\frac{1}{2}x + 5$$
$$2y = -x + 10$$
$$\underline{x + 2y - 10 = 0}$$

(b) 把 $(4 , a)$ 代入 $x + 2y - 10 = 0$。

$$4 + 2a - 10 = 0$$
$$2a = 6$$
$$a = \underline{3}$$

(c) 把 $(1 , 3)$ 代入 $x + 2y - 10 = 0$。

左方 $= 1 + 2(3) - 10$

$= -3$

$\neq$ 右方

S 的坐標不滿足 L 的方程。

∴ <u>S 並不位於 L 上。</u>

即時訓練 8 (第 2.18 頁)

(a) L_1 的傾角 $= 180° - 135° = 45°$

L_1 的斜率 $= \tan 45° = 1$

L_1 的方程是

$$y - 4 = 1[x - (-2)]$$

$$y - 4 = x + 2$$

$\underline{x - y + 6 = 0}$

(b) 把 $y = 0$ 代入 $x - y + 6 = 0$。

$x - 0 + 6 = 0$

$x = -6$

$\therefore$ B 的坐標是 $(-6 , 0)$。

$\therefore$ $\underline{L_2 \text{ 的方程是 } x = -6\text{。}}$

(c) 把 $x = 0$ 代入 $x - y + 6 = 0$。

$0 - y + 6 = 0$

$y = 6$

$\therefore$ C 的坐標是 $(0 , 6)$。

$\therefore$ $\underline{L_3 \text{ 的方程是 } y = 6\text{。}}$

即時訓練 9 (第 2.19 頁)

(a) L_1 的斜率 $= \dfrac{5-2}{5-(-1)} = \underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$

(b) $\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $= -1$

L_2 的斜率 $\times \dfrac{1}{2} = -1$

L_2 的斜率 $= -2$

L_2 的方程是

$$y - 5 = -2(x - 5)$$

$$y - 5 = -2x + 10$$

$\underline{2x + y - 15 = 0}$

(c) $\because$ $L_3 \mathbin{/\!/} L_1$

$\therefore$ L_3 的斜率 $= L_1$ 的斜率 $= \dfrac{1}{2}$

L_3 的方程是

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 0)$$

$$2y = x$$

$\underline{x - 2y = 0}$

即時訓練 10 (第 2.20 頁)

(a) $\underline{B \text{ 的坐標是 } (4 , 2)\text{。}}$

$\underline{C \text{ 的坐標是 } (-2 , -4)\text{。}}$

(b) AC 的中點的坐標

$= \left(\dfrac{4+(-2)}{2}, \dfrac{-2+(-4)}{2}\right)$

$= (1 , -3)$

L 的方程是

$$y - (-3) = \frac{2-(-3)}{4-1}(x - 1)$$

$$y + 3 = \frac{5}{3}(x - 1)$$

$$3y + 9 = 5x - 5$$

$\underline{5x - 3y - 14 = 0}$

即時訓練 11 (第 2.28 頁)

1. (a) L 的 x 截距 $= -3$

$$-\frac{k}{3} = -3$$

$$k = \underline{\underline{9}}$$

(b) L 的 y 截距 $= -\dfrac{k}{-2} = \underline{\underline{\dfrac{9}{2}}}$

2. (a) L 的斜率 $= -2$

$$-\frac{k}{2} = -2$$

$$k = \underline{\underline{4}}$$

(b) L 的 x 截距 $= -\dfrac{1}{k} = \underline{\underline{-\dfrac{1}{4}}}$

即時訓練 12 (第 2.29 頁)

1. (a) L_1 的斜率 $= -\dfrac{1}{k}$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{4}{1} = -4$

$\because$ $L_1 \perp L_2$

$\therefore$ L_1 的斜率 $\times L_2$ 的斜率 $= -1$

$$-\frac{1}{k} \times (-4) = -1$$

$$k = \underline{\underline{-4}}$$

(b) L_1 的 y 截距 $= -\dfrac{20}{k} = -\dfrac{20}{-4} = \underline{\underline{5}}$

2. L_1 的斜率 $= -\dfrac{k}{3}$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{9}{-6} = \dfrac{3}{2}$

$\because\ L_1 \perp L_2$

$\therefore\ L_1$ 的斜率 $\times L_2$ 的斜率 $= -1$

$$-\frac{k}{3}\times\frac{3}{2} = -1$$

$$k = 2$$

L_1 的 x 截距 $= -\dfrac{-8}{k} = -\dfrac{-8}{2} = \underline{\underline{4}}$

即時訓練 **13** (第 2.30 頁)

1. L_1 的斜率 $= -\dfrac{2}{-10} = \dfrac{1}{5}$

$\because\ L_2 \parallel L_1$

$\therefore\ L_2$ 的斜率 $= L_1$ 的斜率 $= \dfrac{1}{5}$

L_2 的方程是

$$y = \frac{1}{5}x + (-3)$$

$$5y = x - 15$$

$\underline{x - 5y - 15 = 0}$

2. L_2 的斜率 $= -\dfrac{5}{3}$

$\because\ L_1 \perp L_2$

$\therefore\ L_1$ 的斜率 $\times L_2$ 的斜率 $= -1$

L_1 的斜率 $\times\left(-\dfrac{5}{3}\right) = -1$

L_1 的斜率 $= \dfrac{3}{5}$

L_1 的方程是

$$y - 3 = \frac{3}{5}(x - 1)$$

$$5y - 15 = 3x - 3$$

$\underline{3x - 5y + 12 = 0}$

即時訓練 **14** (第 2.31 頁)

(a) L_1 的斜率 $= -\dfrac{1}{-2} = \dfrac{1}{2}$

$\because\ L_2 \parallel L_1$

$\therefore\ L_2$ 的斜率 $= L_1$ 的斜率

$= \dfrac{1}{2}$

L_2 的方程是

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 4)$$

$$2y = x - 4$$

$\underline{x - 2y - 4 = 0}$

(b) 設 (h, k) 為 P 的坐標。

$\because\ P$ 位於 L_2 上。

$\therefore\ h - 2k - 4 = 0$

$$h = 2k + 4$$

P 的坐標是 $(2k + 4, k)$。

$\because\ QP = RP$

$\therefore\ \sqrt{(2k+4-2)^2 + (k-2)^2}$

$= \sqrt{(2k+4-4)^2 + (k-0)^2}$

$$(2k + 2)^2 + (k - 2)^2 = (2k)^2 + k^2$$

$$4k^2 + 8k + 4 + k^2 - 4k + 4 = 4k^2 + k^2$$

$$4k = -8$$

$$k = -2$$

當 $k = -2$ 時，$h = 2(-2) + 4 = 0$。

$\therefore$ $\underline{P\text{ 的坐標是 }(0, -2)\text{。}}$

即時訓練 **15** (第 2.32 頁)

(a) L_1 的 x 截距 $= -\dfrac{45}{5} = -9$

$\therefore$ $\underline{P\text{ 的坐標是 }(-9, 0)\text{。}}$

L_1 的 y 截距 $= -\dfrac{45}{-3} = 15$

$\therefore$ $\underline{Q\text{ 的坐標是 }(0, 15)\text{。}}$

(b) L_1 的斜率 $= -\dfrac{5}{-3} = \dfrac{5}{3}$

$\because\ L_2 \perp L_1$

$\therefore\ L_2$ 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $= -1$

L_2 的斜率 $\times \dfrac{5}{3} = -1$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{3}{5}$

L_2 的方程是

$$y = -\frac{3}{5}x + 15$$

$$5y = -3x + 75$$

$\underline{3x + 5y - 75 = 0}$

(c) L_2的 x 截距 $= -\dfrac{-75}{3} = 25$

$\therefore$ R 的坐標是 (25 , 0)。

$\because$ RM 是 $\triangle PQR$ 的中線。

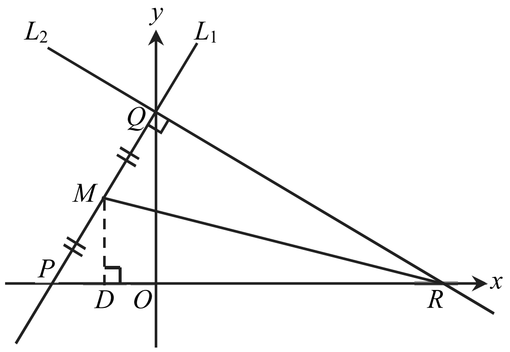
$\therefore$ M 是 PQ 的中點。

M 的坐標

$= \left(\dfrac{-9+0}{2}, \dfrac{0+15}{2}\right)$

$= \left(-\dfrac{9}{2}, \dfrac{15}{2}\right)$

設 D 為 x 軸上的一點使得 $MD \perp PR$。



$MD = \dfrac{15}{2} - 0 = \dfrac{15}{2}$

$PR = 25 - (-9) = 34$

$\triangle PRM$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times PR \times MD$

$= \dfrac{1}{2} \times 34 \times \dfrac{15}{2}$

$= \underline{\underline{127.5}}$

即時訓練 16 (第 2.34 頁)

1. (a) 從圖可見，

L_2的 x 截距 < 0

$\dfrac{1}{b} < 0$

$b < 0$

$\therefore$ $\underline{b < 0 \text{ 正確。}}$

(b) 從圖可見，

L_1的 y 截距 $<$ L_2的 y 截距 < 0

$-\dfrac{1}{a} < -\dfrac{1}{c} < 0$

$\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{c} > 0$

$\therefore$ $a > 0$、$c > 0$ 及 $a < c$。

$\therefore$ $\underline{a > c \text{ 不正確。}}$

2. (a) 從圖可見，

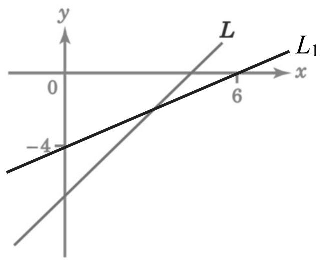
L 的 y 截距 < 0

$-\dfrac{12}{-b} < 0$

$\dfrac{12}{b} < 0$

$b < 0$

作直線 L_1 通過 (6 , 0) 和 (0 , −4)。



L 的斜率 $>$ L_1的斜率

$-\dfrac{a}{-b} > \dfrac{0-(-4)}{6-0}$

$\dfrac{a}{b} > \dfrac{2}{3}$

$3a < 2b$

$\therefore$ $\underline{3a < 2b \text{ 正確。}}$

(b) 從圖可見，

L 的 x 截距 > 0

$-\dfrac{12}{a} > 0$

$a < 0$

L 的 x 截距 < 6

$-\dfrac{12}{a} < 6$

$-12 > 6a$

$a < -2$

$\therefore$ $\underline{a > -2 \text{ 不正確。}}$

(c) 從圖可見，

L 的 y 截距 < -4

$-\dfrac{12}{-b} < -4$

$12 > -4b$

$-3 < b$

$b > -3$

$\therefore$ $\underline{b > -3 \text{ 正確。}}$

即時訓練 17 (第 2.41 頁)

(a) L_1 的斜率 $= -\frac{1}{2}$

L_2 的斜率 $= -\frac{2}{1} = -2$

L_1 的斜率 $\neq L_2$ 的斜率

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 1 個交點。}}$

(b) L_1 的斜率 $= -\frac{5}{-20} = \frac{1}{4}$

L_2 的斜率 $= -\frac{4}{-16} = \frac{1}{4}$

L_1 的斜率 $= L_2$ 的斜率

L_1 的 y 截距 $= -\frac{-10}{-20} = -\frac{1}{2}$

L_2 的 y 截距 $= -\frac{-8}{-16} = -\frac{1}{2}$

L_1 的 y 截距 $= L_2$ 的 y 截距

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有無限個交點。}}$

(c) L_1 的斜率 $= -\frac{4}{2} = -2$

L_2 的斜率 $= -\frac{6}{3} = -2$

L_1 的斜率 $= L_2$ 的斜率

L_1 的 y 截距 $= -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}$

L_2 的 y 截距 $= -\frac{1}{3}$

L_1 的 y 截距 $\neq L_2$ 的 y 截距

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 0 個交點。}}$

即時訓練 18 (第 2.42 頁)

(a) L_1 的斜率 $= L_2$ 的斜率

$$-\frac{8}{4} = -\frac{b}{3}$$

$$b = \underline{\underline{6}}$$

L_1 的 y 截距 $= L_2$ 的 y 截距

$$-\frac{a}{4} = -\frac{-9}{3}$$

$$a = \underline{\underline{-12}}$$

(b) L_1 的斜率 $= L_2$ 的斜率

$$-\frac{m}{5} = -\frac{8}{20}$$

$$m = \underline{\underline{2}}$$

L_1 的 y 截距 $= L_2$ 的 y 截距

$$-\frac{n}{5} = -\frac{-7}{20}$$

$$n = \underline{\underline{-\frac{7}{4}}}$$

即時訓練 19 (第 2.43 頁)

(a) $\begin{cases} x = 4y - 7 \text{ .... } \textbf{(1)} \\ x + y = 3 \text{ .... } \textbf{(2)} \end{cases}$

把 **(1)** 代入 **(2)**。

$4y - 7 + y = 3$

$5y = 10$

$y = 2$

把 $y = 2$ 代入 **(1)**。

$x = 4(2) - 7$

$= 1$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (1 , 2) \text{。}}$

(b) $\begin{cases} 2x - y = 0 \text{ .... } \textbf{(1)} \\ 3x + y = -15 \text{ .... } \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) + **(2)**：$5x = -15$

$x = -3$

把 $x = -3$ 代入 **(1)**。

$2(-3) - y = 0$

$y = -6$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (-3 , -6) \text{。}}$

即時訓練 20 (第 2.45 頁)

(a) L_1 的斜率 $= -\frac{5}{-12} = \frac{5}{12}$

$\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $= -1$

L_2 的斜率 $\times \frac{5}{12} = -1$

L_2 的斜率 $= -\frac{12}{5}$

L_2 的方程是

$$y - 29 = -\frac{12}{5}(x - 2)$$

$$5y - 145 = -12x + 24$$

$\underline{12x + 5y - 169 = 0}$

(b) $\begin{cases} 5x-12y=0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 12x+5y-169=0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times 5$：$25x - 60y = 0$ ....**(3)**

(2) $\times 12$：$144x + 60y - 2\ 028 = 0$ .....**(4)**

(3) + **(4)**：$169x - 2\ 028 = 0$

$x = 12$

把 $x = 12$ 代入 **(1)**。

$5(12) - 12y = 0$

$y = 5$

$\therefore$ Q 的坐標是 $(12 , 5)$。

(c) $OQ = \sqrt{(12-0)^2 + (5-0)^2}$

$= 13$

$PQ = \sqrt{(12-2)^2 + (5-29)^2}$

$= 26$

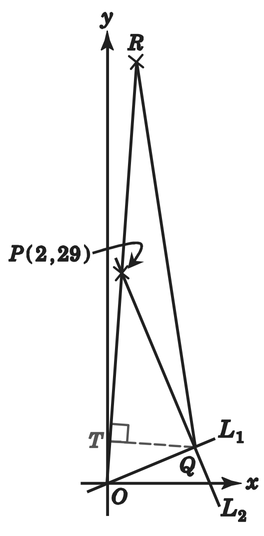
$\triangle OPQ$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times OQ \times PQ$

$= \dfrac{1}{2} \times 13 \times 26$

$= \underline{169}$

(d) 設 T 為 OR 上的一點使得 $QT \perp OR$。



$$\frac{\triangle OPQ \text{ 的面積}}{\triangle PQR \text{ 的面積}} = \frac{\frac{1}{2} \times OP \times QT}{\frac{1}{2} \times PR \times QT}$$

$$= \frac{OP}{PR}$$

$$= 1$$

$\therefore$ $\triangle PQR$ 的面積 $= \triangle OPQ$ 的面積

$= \underline{169}$

課堂練習 2.1 (第 2.16 頁)

1. (a) L 的方程是

$y - 2 = -1(x - 3)$

$y - 2 = -x + 3$

$\underline{x + y - 5 = 0}$

(b) L 的方程是

$y - 0 = \dfrac{1}{3}(x - 4)$

$3y = x - 4$

$\underline{x - 3y - 4 = 0}$

2. (a) L 的方程是

$y = -2x + 0$

$\underline{2x + y = 0}$

(b) L 的方程是

$y = 3x + 2$

$\underline{3x - y + 2 = 0}$

3. (a) $8x - y + 5 = 0$

$y = 8x + 5$

$\therefore$ 斜率是 8 和 y 截距是 5。

(b) $4x + 3y - 6 = 0$

$3y = -4x + 6$

$y = -\dfrac{4}{3}x + 2$

$\therefore$ 斜率是 $-\dfrac{4}{3}$ 和 y 截距是 2。

4. (a) L 的方程是

$y - (-3) = \dfrac{5-(-3)}{4-0}(x - 0)$

$y + 3 = 2x$

$\underline{2x - y - 3 = 0}$

(b) L 的方程是

$y - 1 = \dfrac{-2-1}{1-(-1)}[x - (-1)]$

$y - 1 = -\dfrac{3}{2}(x + 1)$

$2y - 2 = -3x - 3$

$\underline{3x + 2y + 1 = 0}$

5. (a) L 的方程是 $y = -5$。

(b) L 的方程是 $x = 3$。

課堂練習 2.2 (第 2.20 頁)

1. (a) L 的方程是

$$y = 4x + (-3)$$

$\underline{4x - y - 3 = 0}$

(b) 把 (1 , 8) 代入 $4x - y - 3 = 0$。

左方 $= 4(1) - 8 - 3$

$= -7$

$\neq$ 右方

A 的坐標不滿足 L 的方程。

$\therefore$ $\underline{L \text{ 不通過 } A\text{。}}$

2. (a) $\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $= -1$

L_2 的斜率 $\times 1 = -1$

L_2 的斜率 $= \underline{\underline{-1}}$

(b) L_2 的方程是

$$y - 3 = -1(x - 1)$$

$$y - 3 = -x + 1$$

$\underline{x + y - 4 = 0}$

(c) 把 (a , 0) 代入 $x + y - 4 = 0$。

$a + 0 - 4 = 0$

$a = \underline{\underline{4}}$

3. (a) $\underline{Q \text{ 的坐標是 } (7 , 4)\text{。}}$

(b) L 的方程是

$$y - 2 = \frac{4-2}{7-1}(x - 1)$$

$$y - 2 = \frac{1}{3}(x - 1)$$

$$3y - 6 = x - 1$$

$\underline{x - 3y + 5 = 0}$

(c) 把 $y = 0$ 代入 $x - 3y + 5 = 0$。

$x - 3(0) + 5 = 0$

$x = -5$

$\therefore$ $\underline{S \text{ 的坐標是 } (-5 , 0)\text{。}}$

課堂練習 2.3 (第 2.34 頁)

1. (a) L 的 y 截距 $= -3$

$$-\frac{k}{2} = -3$$

$k = \underline{\underline{6}}$

(b) L 的斜率 $= \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$

L 的 x 截距 $= -\frac{k}{1} = -\frac{6}{1} = \underline{\underline{-6}}$

2. (a) $3x - 2y = 12$

$3x - 2y - 12 = 0$

L_1 的 x 截距 $= -\frac{-12}{3} = 4$

$\therefore$ $\underline{A \text{ 的坐標是 } (4 , 0)\text{。}}$

L_1 的 y 截距 $= -\frac{-12}{-2} = -6$

$\therefore$ $\underline{B \text{ 的坐標是 } (0 , -6)\text{。}}$

(b) AB 的中點的坐標

$= \left(\frac{4+0}{2}, \frac{0+(-6)}{2}\right)$

$= (2 , -3)$

AB 的斜率 $= -\frac{3}{-2} = \frac{3}{2}$

$\because$ $L_2 \perp AB$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times AB$ 的斜率 $= -1$

L_2 的斜率 $\times \frac{3}{2} = -1$

L_2 的斜率 $= -\frac{2}{3}$

L_2 的方程是

$$y - (-3) = -\frac{2}{3}(x - 2)$$

$$3y + 9 = -2x + 4$$

$\underline{2x + 3y + 5 = 0}$

3. (a) 從圖可見，

L_1 的斜率 $> L_2$ 的斜率

$$-\frac{a}{1} > -\frac{c}{1}$$

$$a < c$$

$\therefore$ $\underline{a < c \text{ 正確。}}$

(b) 從圖可見，

L_1 的 y 截距 $< L_2$ 的 y 截距

$$-\frac{b}{1} < -\frac{d}{1}$$

$$b > d$$

$\therefore$ $\underline{b > d \text{ 正確。}}$

(c) 從圖可見，

L_1的斜率 > 0

$$-\frac{a}{1} > 0$$

$$a < 0$$

L_2的斜率 < 0

$$-\frac{c}{1} < 0$$

$$c > 0$$

L_2的 x 截距 $< L_1$的 x 截距

$$-\frac{d}{c} < -\frac{b}{a}$$

$$\frac{d}{c} > \frac{b}{a}$$

$$d > \frac{bc}{a}$$

$$ad < bc$$

$\therefore$ $\underline{ad < bc \text{ 正確。}}$

課堂練習 2.4 (第 2.45 頁)

1. (a) L_1的斜率 $= -\frac{2}{1} = -2$

L_2的斜率 $= -\frac{4}{-2} = 2$

L_1的斜率 $\neq L_2$的斜率

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 1 個交點。}}$

(b) L_1的斜率 $= -\frac{-3}{6} = \frac{1}{2}$

L_2的斜率 $= -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$

L_1的斜率 $= L_2$的斜率

L_1的 y 截距 $= -\frac{7}{6}$

L_2的 y 截距 $= -\frac{-4}{-2} = -2$

L_1的 y 截距 $\neq L_2$的 y 截距

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 0 個交點。}}$

2. (a) L_1的斜率 $= L_2$的斜率

$$-\frac{k}{-6} = -\frac{7}{2}$$

$$k = \underline{\underline{-21}}$$

L_1的 y 截距 $= L_2$的 y 截距

$$-\frac{5}{-6} = -\frac{h}{2}$$

$$h = \underline{\underline{-\frac{5}{3}}}$$

(b) L_1的 y 截距 $= L_2$的 y 截距

$$-\frac{6}{a} = -\frac{-3}{4}$$

$$a = \underline{\underline{-8}}$$

L_1的斜率 $= L_2$的斜率

$$-\frac{5}{a} = -\frac{b}{4}$$

$$-\frac{5}{-8} = -\frac{b}{4}$$

$$b = \underline{\underline{-\frac{5}{2}}}$$

3. (a) $\begin{cases} 4x - 3y = -30 \text{ .... } \textbf{(1)} \\ 4x + 5y = 18 \text{ .... } \textbf{(2)} \end{cases}$

(2) – **(1)**：$8y = 48$

$$y = 6$$

把 $y = 6$ 代入 **(1)**。

$$4x - 3(6) = -30$$

$$4x = -12$$

$$x = -3$$

$\therefore$ $\underline{P \text{ 的坐標是 } (-3\ ,\ 6)\text{。}}$

(b) L_1的斜率 $= -\frac{4}{-3} = \frac{4}{3}$

$\because$ $L_3 \perp L_1$

$\therefore$ L_3的斜率 $\times L_1$的斜率 $= -1$

L_3的斜率 $\times \frac{4}{3} = -1$

L_3的斜率 $= -\frac{3}{4}$

L_3的方程是

$$y - 6 = -\frac{3}{4}[x - (-3)]$$

$$4y - 24 = -3x - 9$$

$\underline{3x + 4y - 15 = 0}$

習題 2A (第 2.21 頁)

1. (a) L_1的斜率 $= \tan 20°$

$= \underline{0.364}$ (準確至三位有效數字)

(b) L_2的斜率 $= \tan 74°$

$= \underline{3.49}$ (準確至三位有效數字)

(c) 設θ是 L_3的傾角。

$\tan\theta = L_3$的斜率

$= 1.5$

$\theta = 56.3°$ (準確至三位有效數字)

$\therefore$ $\underline{L_3 \text{ 的傾角是 } 56.3°\text{。}}$

(d) 設θ是 L_4的傾角。

$\tan\theta = L_4$的斜率

$= 4$

$\theta = 76.0°$ (準確至三位有效數字)

$\therefore$ $\underline{L_4 \text{ 的傾角是 } 76.0°}$。

2. 該直線的斜率

$= \dfrac{-3-7}{-1-4}$

$= \underline{\underline{2}}$

設θ是該直線的傾角。

$\tan\theta =$ 該直線的斜率

$= 2$

$\theta = 63.4°$ (準確至三位有效數字)

$\therefore$ <u>該直線的傾角是 63.4°。</u>

3. 該直線的斜率

$= \dfrac{3-0}{5-0}$

$= \underline{\underline{0.6}}$ (或$\dfrac{3}{5}$)

設 θ是該直線的傾角。

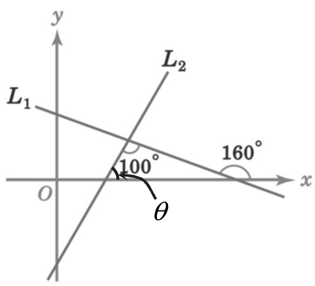
$\tan\theta =$ 該直線的斜率

$= 0.6$

$\theta = 31.0°$ (準確至三位有效數字)

$\therefore$ <u>該直線的傾角是 31.0°。</u>

4. (a) 如圖標明，



$\theta + 100° = 160°$

$\theta = 60°$

$\therefore$ $\underline{L_2 \text{ 的傾角是 } 60°}$。

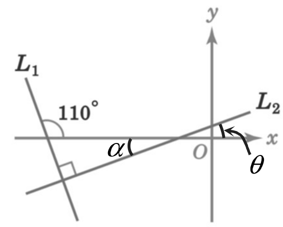
(b) L_2的斜率

$= \tan\theta$

$= \tan 60°$

$= \underline{\underline{\sqrt{3}}}$

5. (a) 如圖標明，



$\alpha + 90° = 110°$

$\alpha = 20°$

$\theta = \alpha = 20°$

$\therefore$ $\underline{L_2 \text{ 的傾角是 } 20°}$。

(b) L_2的斜率

$= \tan\theta$

$= \tan 20°$

$= \underline{\underline{0.36}}$ (準確至二位小數)

6. (a) L 的方程是

$y - 3 = 1(x - 2)$

$y - 3 = x - 2$

$\underline{\underline{x - y + 1 = 0}}$

(b) L 的方程是

$y - (-5) = 2[x - (-2)]$

$y + 5 = 2x + 4$

$\underline{\underline{2x - y - 1 = 0}}$

(c) L 的方程是

$y - 4 = -\dfrac{1}{3}[x - (-3)]$

$3y - 12 = -x - 3$

$\underline{\underline{x + 3y - 9 = 0}}$

7. (a) L 的方程是

$y = 3x + (-3)$

$\underline{\underline{3x - y - 3 = 0}}$

(b) L 的方程是

$y = -\dfrac{1}{4}x + 5$

$4y = -x + 20$

$\underline{\underline{x + 4y - 20 = 0}}$

(c) L 的方程是

$y = -4x + 0$

$\underline{\underline{4x + y = 0}}$

8. (a) L 的方程是

$$y-2=\frac{-2-2}{1-(-3)}[x-(-3)]$$
$$y-2=-(x+3)$$
$$y-2=-x-3$$
$\underline{x+y+1=0}$

(b) L 的方程是

$$y-1=\frac{6-1}{3-2}(x-2)$$
$$y-1=5(x-2)$$
$$y-1=5x-10$$
$\underline{5x-y-9=0}$

(c) L 的方程是

$$y-0=\frac{4-0}{0-(-2)}[x-(-2)]$$
$$y=2(x+2)$$
$$y=2x+4$$
$\underline{2x-y+4=0}$

9. (a) <u>L 的方程是 $y=-4$。</u>

(b) <u>L 的方程是 $x=-3$。</u>

(c) <u>L 的方程是 $y=5$。</u>

10. (a) L 的方程是

$$y-8=1(x-2)$$
$$y-8=x-2$$
$\underline{x-y+6=0}$

(b) L 的方程是

$$y-7=-4(x-0)$$
$$y-7=-4x$$
$\underline{4x+y-7=0}$

另解

L 的方程是

$$y=-4x+7$$
$\underline{4x+y-7=0}$

11. (a) L 的方程是

$$y=2x+(-3)$$
$\underline{2x-y-3=0}$

(b) L 的方程是

$$y-0=-\frac{1}{4}[x-(-2)]$$
$$4y=-x-2$$
$\underline{x+4y+2=0}$

12. (a) L 的方程是

$$y-(-3)=\frac{6-(-3)}{4-(-2)}[x-(-2)]$$
$$y+3=\frac{3}{2}(x+2)$$
$$2y+6=3x+6$$
$\underline{3x-2y=0}$

(b) L 的方程是

$$y-0=\frac{2-0}{0-(-3)}[x-(-3)]$$
$$y=\frac{2}{3}(x+3)$$
$$3y=2x+6$$
$\underline{2x-3y+6=0}$

13. (a) <u>L 的方程是 $y=-5$。</u>

(b) <u>L 的方程是 $x=3$。</u>

14. <u>斜率是 2 和 y 截距是 4。</u>

15. $y-x=5$

$$y=x+5$$
$\therefore$ <u>斜率是 1 和 y 截距是 5。</u>

16. $x+2y-3=0$

$$2y=-x+3$$
$$y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$
$\therefore$ <u>斜率是 $-\frac{1}{2}$ 和 y 截距是 $\frac{3}{2}$。</u>

17. $7x-3y-6=0$

$3y=7x-6$

$y=\frac{7}{3}x-2$

$\therefore$ <u>斜率是 $\frac{7}{3}$ 和 y 截距是 -2。</u>

18. (a) L 的斜率 $=\tan 45°=1$

L 的方程是

$y-1=1[x-(-1)]$

$y-1=x+1$

$\underline{x-y+2=0}$

(b) L 的斜率 $=\tan 60°=\sqrt{3}$

L 的方程是

$y=\sqrt{3}x+(-4)$

$\underline{\sqrt{3}x-y-4=0}$

(c) L 的傾角 $=180°-150°=30°$

L 的斜率 $=\tan 30°=\frac{1}{\sqrt{3}}$

L 的方程是

$y-0=\frac{1}{\sqrt{3}}[x-(-2)]$

$\sqrt{3}y=x+2$

$\underline{x-\sqrt{3}y+2=0}$

19. (a) $\because$ $L_1 // L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $=L_2$的斜率 $=2$

L_1的方程是

$y-1=2(x-1)$

$y-1=2x-2$

$\underline{2x-y-1=0}$

(b) $\because$ $L_1 // L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $=L_2$的斜率 $=-\frac{1}{2}$

L_1的方程是

$y-4=-\frac{1}{2}[x-(-5)]$

$2y-8=-x-5$

$\underline{x+2y-3=0}$

(c) $\because$ $L_1 // L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $=L_2$的斜率 $=1$

L_1的方程是

$y-0=1\left[x-\left(-\frac{2}{3}\right)\right]$

$y=x+\frac{2}{3}$

$3y=3x+2$

$\underline{3x-3y+2=0}$

20. (a) $\because$ $L_1 \perp L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $\times L_2$的斜率 $=-1$

L_1的斜率 $\times 1=-1$

L_1的斜率 $=-1$

L_1的方程是

$y-1=-1(x-4)$

$y-1=-x+4$

$\underline{x+y-5=0}$

(b) $\because$ $L_1 \perp L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $\times L_2$的斜率 $=-1$

L_1的斜率 $\times(-3)=-1$

L_1的斜率 $=\frac{1}{3}$

L_1的方程是

$y=\frac{1}{3}x+(-2)$

$3y=x-6$

$\underline{x-3y-6=0}$

(c) $\because$ $L_1 \perp L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $\times L_2$的斜率 $=-1$

L_1的斜率 $\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-1$

L_1的斜率 $=4$

L_1的方程是

$y=4x+0$

$\underline{4x-y=0}$

21. **(a)** L 的方程是

$$y = 3x + (-7)$$

$\underline{3x - y - 7 = 0}$

(b) **(i)** 把 $(4, 5)$ 代入 $3x - y - 7 = 0$。

左方 $= 3(4) - 5 - 7$

$= 0$

$=$ 右方

A 的坐標滿足 L 的方程。

∴ $\underline{A \text{ 位於 } L \text{ 上。}}$

(ii) 把 $(2, -2)$ 代入 $3x - y - 7 = 0$。

左方 $= 3(2) - (-2) - 7$

$= 1$

$\neq$ 右方

B 的坐標不滿足 L 的方程。

∴ $\underline{B \text{ 並不位於 } L \text{ 上。}}$

22. **(a)** L 的方程是

$$y = -\frac{2}{3}x + (-2)$$

$$3y = -2x - 6$$

$\underline{2x + 3y + 6 = 0}$

(b) 把 $(a, 0)$ 代入 $2x + 3y + 6 = 0$。

$2a + 3(0) + 6 = 0$

$2a = -6$

$a = \underline{\underline{-3}}$

23. **(a)** L 的方程是

$$y - 2 = \frac{1}{3}[x - (-3)]$$

$$3y - 6 = x + 3$$

$\underline{x - 3y + 9 = 0}$

(b) 把 $(-6, q)$ 代入 $x - 3y + 9 = 0$。

$-6 - 3q + 9 = 0$

$-3q = -3$

$q = \underline{\underline{1}}$

(c) 把 $(1, 3)$ 代入 $x - 3y + 9 = 0$。

左方 $= 1 - 3(3) + 9$

$= 1$

$\neq$ 右方

C 的坐標不滿足 L 的方程。

∴ $\underline{C \text{ 並不位於 } L \text{ 上。}}$

24. **(a)** 把 $(a, 5)$ 代入 $4x - 3y + 3 = 0$。

$4a - 3(5) + 3 = 0$

$4a = 12$

$a = \underline{\underline{3}}$

(b) L_2 的方程是

$$y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 3)$$

$$2y - 10 = -x + 3$$

$\underline{x + 2y - 13 = 0}$

25. **(a)** L_1 的斜率 $= \tan 45° = 1$

L_1 的方程是

$$y = x + (-5)$$

$\underline{x - y - 5 = 0}$

(b) 把 $y = 0$ 代入 $x - y - 5 = 0$。

$x - 0 - 5 = 0$

$x = 5$

∴ Q 的坐標是 $(5, 0)$。

∴ $\underline{L_2 \text{ 的方程是 } x = 5\text{。}}$

26. **(a)** L_1 的方程是

$$y - (-3) = \frac{1}{2}[x - (-8)]$$

$$2y + 6 = x + 8$$

$\underline{x - 2y + 2 = 0}$

(b) 把 $x = 0$ 代入 $x - 2y + 2 = 0$。

$0 - 2y + 2 = 0$

$-2y = -2$

$y = 1$

∴ B 的坐標是 $(0, 1)$。

∴ $\underline{L_2 \text{ 的方程是 } y = 1\text{。}}$

27. **(a)** $\underline{A \text{ 的兩個可能坐標是 } (0, 2) \text{ 和 } (0, -2)\text{。}}$

(b) 當 A 的坐標是 $(0, 2)$ 時，

L 的方程是

$$y = -3x + 2$$

$\underline{3x + y - 2 = 0}$

當 A 的坐標是 $(0, -2)$ 時，

L 的方程是

$$y = -3x + (-2)$$

$\underline{3x + y + 2 = 0}$

28. (a) L_1 的斜率 $= \dfrac{0-(-3)}{4-0} = \underline{\underline{\dfrac{3}{4}}}$

(b) L_1 的方程是

$$y = \frac{3}{4}x + (-3)$$
$$4y = 3x - 12$$
$$\underline{3x - 4y - 12 = 0}$$

(c) $\because$ $L_2 \parallel L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $= L_1$ 的斜率 $= \dfrac{3}{4}$

L_2 的方程是

$$y - 0 = \frac{3}{4}[x - (-2)]$$
$$4y = 3x + 6$$
$$\underline{3x - 4y + 6 = 0}$$

29. (a) L_1 的斜率 $= \dfrac{1-0}{-1-4} = \underline{\underline{-\dfrac{1}{5}}}$

(b) $\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $= -1$

L_2 的斜率 $\times \left(-\dfrac{1}{5}\right) = -1$

L_2 的斜率 $= 5$

L_2 的方程是

$$y - 1 = 5[x - (-1)]$$
$$y - 1 = 5x + 5$$
$$\underline{5x - y + 6 = 0}$$

30. (a) $\because$ L 垂直於另一條通過 $(2, 1)$ 和 $(-3, -4)$ 的直線。

$\therefore$ L 的斜率 $\times \dfrac{-4-1}{-3-2} = -1$

L 的斜率 $= -1$

L 的方程是

$$y = -x + 1$$
$$\underline{x + y - 1 = 0}$$

(b) 把 $y = 0$ 代入 $x + y - 1 = 0$。

$x + 0 - 1 = 0$

$x = 1$

$\therefore$ L 的 x 截距是 1。

$\therefore$ $\underline{L\text{ 與正 }x\text{ 軸相交。}}$

31. (a) $\underline{Q\text{ 的坐標是 }(2, 10)\text{。}}$

(b) OQ 的中點的坐標

$= \left(\dfrac{0+2}{2}, \dfrac{0+10}{2}\right)$

$= (1, 5)$

L 的方程是

$$y - (-1) = \frac{5-(-1)}{1-(-1)}[x - (-1)]$$
$$y + 1 = 3(x + 1)$$
$$y + 1 = 3x + 3$$
$$\underline{3x - y + 2 = 0}$$

32. (a) $\underline{B\text{ 的坐標是 }(3, 2)\text{。}}$

(b) L 的方程是

$$y - 0 = \frac{2-0}{3-1}(x - 1)$$
$$y = x - 1$$
$$\underline{x - y - 1 = 0}$$

(c) 把 $(-4, -5)$ 代入 $x - y - 1 = 0$。

左方 $= -4 - (-5) - 1$

$= 0$

$=$ 右方

D 的坐標滿足 L 的方程。

$\therefore$ $\underline{B\text{、}C\text{ 與 }D\text{ 共線。}}$

33. (a) AB 的中點的坐標

$= \left(\dfrac{1+9}{2}, \dfrac{6+2}{2}\right)$

$= (5, 4)$

AB 的斜率 $= \dfrac{6-2}{1-9} = -\dfrac{1}{2}$

$\because$ $L \perp AB$

$\therefore$ L 的斜率 $\times AB$ 的斜率 $= -1$

L 的斜率 $\times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -1$

L 的斜率 $= 2$

L 的方程是

$$y - 4 = 2(x - 5)$$
$$y - 4 = 2x - 10$$
$$\underline{2x - y - 6 = 0}$$

(b) 把 (c, c) 代入 $2x - y - 6 = 0$。

$2c - c - 6 = 0$

$c = \underline{6}$

34. (a) 把 $(t, 6)$ 代入 $y=\frac{3}{4}x$。

$6=\frac{3}{4}t$

$t=\underline{\underline{8}}$

(b) 設 $(0, s)$ 為 A 的坐標。

$\because \quad OB = OA$

$\therefore \quad \sqrt{(8-0)^2+(6-0)^2} = s$

$s = 10$

L_1的方程是

$y-10=\frac{6-10}{8-0}(x-0)$

$y-10=-\frac{1}{2}x$

$2y-20=-x$

$\underline{\underline{x+2y-20=0}}$

35. (a) 留意 M 是 AC 的中點。

M 的坐標

$=\left(\frac{-4+6}{2}, \frac{6+0}{2}\right)$

$=\underline{\underline{(1, 3)}}$

(b) 所求的方程是

$y-0=\frac{3-0}{1-(-3)}[x-(-3)]$

$y=\frac{3}{4}(x+3)$

$4y=3x+9$

$\underline{\underline{3x-4y+9=0}}$

(c) 把 $x=0$ 代入 $3x-4y+9=0$。

$3(0)-4y+9=0$

$4y=9$

$y=\frac{9}{4}$

$\therefore \quad P$ 的坐標是 $\left(0, \frac{9}{4}\right)$。

設 O 為原點。

$PO=\frac{9}{4}-0=\frac{9}{4}$

$BC=6-(-3)=9$

$\triangle PBC$ 的面積 $=\frac{1}{2}\times BC\times PO$

$=\frac{1}{2}\times 9\times\frac{9}{4}$

$=\underline{\underline{\frac{81}{8}}}$

36. (a) 把 $(0, 8)$ 代入 $x+y+k=0$。

$0+8+k=0$

$k=\underline{\underline{-8}}$

(b) 把 $y=0$ 代入 $x+y-8=0$。

$x+0-8=0$

$x=8$

$\therefore \quad A$ 的坐標是 $(8, 0)$。

留意 P 是 OB 的中點。

P 的坐標

$=\left(\frac{0+0}{2}, \frac{0+8}{2}\right)$

$=(0, 4)$

所求的方程是

$y-0=\frac{4-0}{0-8}(x-8)$

$y=-\frac{1}{2}(x-8)$

$2y=-x+8$

$\underline{\underline{x+2y-8=0}}$

(c) $OA=8-0=8$

$OB=8-0=8$

$OP=4-0=4$

$\tan\angle OAB=\frac{OB}{OA}$

$=\frac{8}{8}$

$\angle OAB=45^\circ$

$\tan\angle OAP=\frac{OP}{OA}$

$=\frac{4}{8}$

$\angle OAP=26.6^\circ$ (準確至三位有效數字)

$\because \quad \angle OAP\neq\frac{1}{2}\angle OAB$

$\therefore \quad$ $\underline{\underline{AP \text{ 不平分 } \angle OAB\text{。}}}$

37. 留意 L 與正 x 軸相交於 A 及與正 y 軸相交於 B，且 $OA : OB = 2 : 5$。

設 $(2k , 0)$ 為 A 的坐標，

則 B 的坐標是 $(0 , 5k)$。

L 的斜率 $= \dfrac{0-5k}{2k-0} = -\dfrac{5}{2}$

L 的方程是

$$y-3 = -\frac{5}{2}[x-(-1)]$$

$$2y-6 = -5x-5$$

$\underline{5x+2y-1=0}$

38. (a) PQ 的方程是

$$y-(-3) = \frac{3-(-3)}{-6-2}(x-2)$$

$$y+3 = -\frac{3}{4}(x-2)$$

$$4y+12 = -3x+6$$

$$3x+4y+6=0$$

把 $y = 0$ 代入 $3x+4y+6=0$。

$$3x+4(0)+6=0$$

$$3x=-6$$

$$x=-2$$

$\therefore$ $\underline{S\text{ 的坐標是 }(-2 , 0)\text{。}}$

(b) PQ 的斜率 $= -\dfrac{3}{4}$

$\because$ $RS \perp PQ$

$\therefore$ RS 的斜率 $\times$ PQ 的斜率 $= -1$

$$RS\text{ 的斜率} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -1$$

$$RS\text{ 的斜率} = \frac{4}{3}$$

RS 的方程是

$$y-0 = \frac{4}{3}[x-(-2)]$$

$$3y = 4x+8$$

$\underline{4x-3y+8=0}$

(c) 設 k 為 R 的 x 坐標，

則 R 的 y 坐標是 $k+1$ 或 $k-1$。

把 $(k , k+1)$ 代入 $4x-3y+8=0$。

$$4k-3(k+1)+8=0$$

$$k=-5$$

把 $(k , k-1)$ 代入 $4x-3y+8=0$。

$$4k-3(k-1)+8=0$$

$$k=-11$$

$\therefore$ R 的坐標是 $(-5 , -4)$ 或 $(-11 , -12)$。

$PQ = \sqrt{(-6-2)^2+[3-(-3)]^2} = 10$

若 R 的坐標是 $(-5 , -4)$，則

$RS = \sqrt{[-2-(-5)]^2+[0-(-4)]^2} = 5$

$\triangle PQR$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times PQ \times RS$

$= \dfrac{1}{2} \times 10 \times 5$

$= 25$

> 20

若 R 的坐標是 $(-11 , -12)$，則

$RS = \sqrt{[-2-(-11)]^2+[0-(-12)]^2} = 15$

$\triangle PQR$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times PQ \times RS$

$= \dfrac{1}{2} \times 10 \times 15$

$= 75$

> 20

$\therefore$ <u>同意該宣稱。</u>

習題 2B (第 2.35 頁)

1. 斜率 $= -\dfrac{3}{-1} = \underline{\underline{3}}$

x 截距 $= -\dfrac{-9}{3} = \underline{\underline{3}}$

y 截距 $= -\dfrac{-9}{-1} = \underline{\underline{-9}}$

2. 斜率 $= -\dfrac{2}{-3} = \underline{\underline{\dfrac{2}{3}}}$

x 截距 $= \underline{\underline{-\dfrac{7}{2}}}$

y 截距 $= -\dfrac{7}{-3} = \underline{\underline{\dfrac{7}{3}}}$

3. $y-3=4(x+1)$

$y-3=4x+4$

$4x-y+7=0$

斜率 $=-\dfrac{4}{-1}=\underline{\underline{4}}$

x 截距 $=\underline{\underline{-\dfrac{7}{4}}}$

y 截距 $=-\dfrac{7}{-1}=\underline{\underline{7}}$

4. $y+5=-\dfrac{2}{3}(x-3)$

$3y+15=-2x+6$

$2x+3y+9=0$

斜率 $=\underline{\underline{-\dfrac{2}{3}}}$

x 截距 $=\underline{\underline{-\dfrac{9}{2}}}$

y 截距 $=-\dfrac{9}{3}=\underline{\underline{-3}}$

5. (a) L 的斜率 $=-2$

$-\dfrac{k}{2}=-2$

$k=\underline{\underline{4}}$

(b) L 的 x 截距 $=-\dfrac{-5}{k}=\underline{\underline{\dfrac{5}{4}}}$

6. (a) L 的 y 截距 $=3$

$-\dfrac{6}{k}=3$

$k=\underline{\underline{-2}}$

(b) L 的斜率 $=-\dfrac{3}{k}=-\dfrac{3}{-2}=\underline{\underline{\dfrac{3}{2}}}$

L 的 x 截距 $=-\dfrac{6}{3}=\underline{\underline{-2}}$

7. L_1的 x 截距 $=-\dfrac{k}{2}$

L_2的 x 截距 $=-\dfrac{-4}{1}=4$

L_1的 x 截距 $=L_2$的 x 截距

$-\dfrac{k}{2}=4$

$k=\underline{\underline{-8}}$

8. L_1的 y 截距 $=-\dfrac{-8}{k}=\dfrac{8}{k}$

L_2的 y 截距 $=-\dfrac{6}{-3}=2$

L_1的 y 截距 $=L_2$的 y 截距

$\dfrac{8}{k}=2$

$k=\underline{\underline{4}}$

9. (a) L_1的斜率 $=-\dfrac{1}{-4}=\dfrac{1}{4}$

L_2的斜率 $=-\dfrac{8}{k}$

$\because$ $L_1 \parallel L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $=L_2$的斜率

$\dfrac{1}{4}=-\dfrac{8}{k}$

$k=\underline{\underline{-32}}$

(b) L_2的 y 截距 $=-\dfrac{-16}{k}=-\dfrac{-16}{-32}=\underline{\underline{-\dfrac{1}{2}}}$

10. (a) L_1的斜率 $=-\dfrac{1}{k}$

L_2的斜率 $=-\dfrac{9}{-3}=3$

$\because$ $L_1 \perp L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $\times L_2$的斜率 $=-1$

$-\dfrac{1}{k}\times 3=-1$

$k=\underline{\underline{3}}$

(b) L_1的 x 截距 $=-\dfrac{6k}{1}=-\dfrac{6(3)}{1}=\underline{\underline{-18}}$

11. (a) L 的 y 截距 $=-\dfrac{10}{-5}=\underline{\underline{2}}$

(b) L_1的 y 截距 $=L$ 的 y 截距 $=2$

L_1的方程是

$y=7x+2$

$\underline{7x-y+2=0}$

12. L_2的 x 截距 $= L_1$的 x 截距

$$= -\frac{-12}{3}$$

$$= 4$$

L_2的方程是

$$y-(-3) = \frac{0-(-3)}{4-0}(x-0)$$

$$y+3 = \frac{3}{4}x$$

$$4y+12 = 3x$$

$\underline{3x-4y-12=0}$

13. (a) L_1的斜率 $= -\frac{2}{-1} = 2$

L_2的斜率 $= -\frac{4}{-2} = 2$

$\because$ L_1的斜率 $= L_2$的斜率

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 平行於 } L_2\text{。}}$

(b) L_1的斜率 $= -\frac{3}{2}$

L_2的斜率 $= -\frac{2}{3}$

$\because$ L_1的斜率 $\neq L_2$的斜率

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 不平行於 } L_2\text{。}}$

14. (a) L_1的斜率 $= -\frac{4}{-1} = 4$

L_2的斜率 $= -\frac{1}{-1} = 1$

L_1的斜率 $\times L_2$的斜率

$= 4 \times 1$

$= 4$

$\neq -1$

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 不垂直於 } L_2\text{。}}$

(b) L_1的斜率 $= -\frac{5}{3}$

L_2的斜率 $= -\frac{3}{-5} = \frac{3}{5}$

L_1的斜率 $\times L_2$的斜率

$= -\frac{5}{3} \times \frac{3}{5}$

$= -1$

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 垂直於 } L_2\text{。}}$

15. L_1的斜率 $= -\frac{7}{3}$

$\because$ $L_2 // L_1$

$\therefore$ L_2的斜率 $= L_1$的斜率 $= -\frac{7}{3}$

L_2的方程是

$$y = -\frac{7}{3}x + 5$$

$$3y = -7x + 15$$

$\underline{7x+3y-15=0}$

16. L_1的斜率 $= -\frac{2}{5}$

$\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2的斜率 $\times L_1$的斜率 $= -1$

L_2的斜率 $\times \left(-\frac{2}{5}\right) = -1$

L_2的斜率 $= \frac{5}{2}$

L_2的方程是

$$y-0 = \frac{5}{2}[x-(-2)]$$

$$2y = 5x + 10$$

$\underline{5x-2y+10=0}$

17. L_1的斜率 $= -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$

$\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2的斜率 $\times L_1$的斜率 $= -1$

L_2的斜率 $\times \frac{3}{4} = -1$

L_2的斜率 $= -\frac{4}{3}$

L_2的方程是

$$y-(-1) = -\frac{4}{3}[x-(-3)]$$

$$y+1 = -\frac{4}{3}(x+3)$$

$$3y+3 = -4x-12$$

$\underline{4x+3y+15=0}$

18. (a) L 的斜率 $= -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$

∵ 該直線平行於 L。

∴ 該直線的斜率

$= L$ 的斜率

$= \frac{2}{3}$

該直線的方程是

$$y-(-2) = \frac{2}{3}(x-4)$$

$$3y+6 = 2x-8$$

$\underline{2x-3y-14=0}$

(b) ∵ 該直線垂直於 L。

∴ 該直線的斜率 × L 的斜率 $= -1$

該直線的斜率 $\times \frac{2}{3} = -1$

該直線的斜率 $= -\frac{3}{2}$

該直線的方程是

$$y-1 = -\frac{3}{2}(x-2)$$

$$2y-2 = -3x+6$$

$\underline{3x+2y-8=0}$

19. (a) L 的 x 截距 $= -\frac{-60}{5} = 12$

∴ $\underline{A\text{ 的坐標是 }(12, 0)\text{。}}$

L 的 y 截距 $= -\frac{-60}{-12} = -5$

∴ $\underline{B\text{ 的坐標是 }(0, -5)\text{。}}$

(b) $OA = 12-0 = 12$

$OB = 0-(-5) = 5$

$AB = \sqrt{(12-0)^2+[0-(-5)]^2}$

$= 13$

△OAB 的周界

$= OA + OB + AB$

$= 12 + 5 + 13$

$= \underline{\underline{30}}$

20. (a) L 的 x 截距 $= -5$

$$-\frac{15}{a} = -5$$

$$a = \underline{\underline{3}}$$

L 的 y 截距 $= 3$

$$-\frac{15}{b} = 3$$

$$b = \underline{\underline{-5}}$$

(b) L 的斜率 $= -\frac{a}{b} = -\frac{3}{-5} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

21. L_1 的 y 截距 $= -\frac{-21}{b} = \frac{21}{b}$

L_2 的 y 截距 $= -\frac{3}{2}$

L_1 的 y 截距 $= L_2$ 的 y 截距

$$\frac{21}{b} = -\frac{3}{2}$$

$$b = \underline{\underline{-14}}$$

L_1 的斜率 $= -\frac{a}{b}$

L_2 的斜率 $= -\frac{7}{2}$

∵ $L_1 \perp L_2$

∴ L_1 的斜率 × L_2 的斜率 $= -1$

$$-\frac{a}{b} \times \left(-\frac{7}{2}\right) = -1$$

$$a = -\frac{2b}{7}$$

$$= -\frac{2(-14)}{7}$$

$$= \underline{\underline{4}}$$

22. (a) L_1 的斜率 $= -\frac{4}{h}$

L_2 的斜率 $= -\frac{5}{-4} = \frac{5}{4}$

∵ $L_1 \perp L_2$

∴ L_1 的斜率 × L_2 的斜率 $= -1$

$$-\frac{4}{h} \times \frac{5}{4} = -1$$

$$h = \underline{\underline{5}}$$

L_1 的 y 截距 $= -8$

$$-\frac{5k}{h} = -8$$

$$\frac{5k}{5} = 8$$

$$k = \underline{\underline{8}}$$

(b) L_1 的 x 截距 $= -\dfrac{5k}{4} = -\dfrac{5(8)}{4} = -10$

$\therefore$ P 的坐標是 $(-10 , 0)$。

$\therefore$ PQ 的中點的坐標

$= \left(\dfrac{-10+0}{2}, \dfrac{0+(-8)}{2}\right)$

$= \underline{(-5 , -4)}$

23. 把 $(4 , 0)$ 代入 $px + 2y - 20 = 0$。

$p(4) + 2(0) - 20 = 0$

$4p = 20$

$p = \underline{\underline{5}}$

AB 的斜率 $= -\dfrac{p}{2} = -\dfrac{5}{2}$

AD 的斜率 $= -\dfrac{q}{-10} = \dfrac{q}{10}$

$\because$ $AB \perp AD$

$\therefore$ AB 的斜率 $\times$ AD 的斜率 $= -1$

$-\dfrac{5}{2} \times \dfrac{q}{10} = -1$

$q = \underline{\underline{4}}$

24. (a) L_1 的斜率 $= -\dfrac{6}{-1} = \underline{\underline{6}}$

L_1 的 y 截距 $= -\dfrac{9}{-1} = \underline{\underline{9}}$

(b) $\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times$ L_1 的斜率 $= -1$

L_2 的斜率 $\times 6 = -1$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{1}{6}$

L_2 的 y 截距 $= L_1$ 的 y 截距 $= 9$

L_2 的方程是

$y = -\dfrac{1}{6}x + 9$

$6y = -x + 54$

$\underline{x + 6y - 54 = 0}$

25. (a) AC 的斜率 $= \dfrac{-1-(-2)}{1-(-3)} = \dfrac{1}{4}$

$\because$ $BD \perp AC$

$\therefore$ BD 的斜率 $\times$ AC 的斜率 $= -1$

BD 的斜率 $\times \dfrac{1}{4} = -1$

BD 的斜率 $= -4$

AC 的中點的坐標

$= \left(\dfrac{-3+1}{2}, \dfrac{-2-1}{2}\right)$

$= \left(-1, -\dfrac{3}{2}\right)$

$\because$ BD 通過 $\left(-1, -\dfrac{3}{2}\right)$。

$\therefore$ BD 的方程是

$y - \left(-\dfrac{3}{2}\right) = -4[x - (-1)]$

$y + \dfrac{3}{2} = -4x - 4$

$2y + 3 = -8x - 8$

$\underline{8x + 2y + 11 = 0}$

(b) BD 的 x 截距 $= -\dfrac{11}{8}$

$\therefore$ $\underline{B \text{ 的坐標是 } \left(-\dfrac{11}{8} , 0\right)}$。

設 (a , b) 為 D 的坐標。

BD 的中點的坐標

$= AC$ 的中點的坐標

$\therefore$ $\dfrac{-\dfrac{11}{8}+a}{2} = -1$

$-\dfrac{11}{8} + a = -2$

$a = -\dfrac{5}{8}$

$\dfrac{0+b}{2} = -\dfrac{3}{2}$

$b = -3$

$\therefore$ $\underline{D \text{ 的坐標是 } \left(-\dfrac{5}{8} , -3\right)}$。

26. **(a)** L_2 的 y 截距 $= -\dfrac{-4}{2} = 2$

$\therefore$ <u>P 的坐標是 $(0, 2)$。</u>

L_2 的 x 截距 $= -\dfrac{-4}{1} = 4$

$\therefore$ <u>R 的坐標是 $(4, 0)$。</u>

(b) **(i)** Q 的坐標 $= (4-9, 0) = (-5, 0)$

L_1 的方程是

$$y - 0 = \frac{2-0}{0-(-5)}[x-(-5)]$$
$$y = \frac{2}{5}(x+5)$$
$$5y = 2x + 10$$

<u>$2x - 5y + 10 = 0$</u>

(ii) L_1 的斜率 $= -\dfrac{2}{-5} = \dfrac{2}{5}$

$\tan\angle PQR = L_1$ 的斜率

$= \dfrac{2}{5}$

$\angle PQR = 21.8°$ (準確至三位有效數字)

$< 22°$

$\therefore$ <u>不同意該宣稱。</u>

27. **(a)** L_1 的斜率 $= -\dfrac{1}{2}$

$\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $= -1$

L_2 的斜率 $\times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -1$

L_2 的斜率 $= 2$

L_2 的方程是

$$y - 3 = 2[x-(-1)]$$
$$y - 3 = 2x + 2$$

<u>$2x - y + 5 = 0$</u>

(b) 設 (a, b) 為 P 的坐標。

把 (a, b) 代入 $2x - y + 5 = 0$。

$2a - b + 5 = 0$

$b = 2a + 5$ .... **(1)**

$\because$ $MP = NP$

$\therefore$ $\sqrt{[a-(-1)]^2 + (b-3)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (b-0)^2}$

$$(a+1)^2 + (b-3)^2 = (a-2)^2 + b^2$$
$$a^2 + 2a + 1 + b^2 - 6b + 9 = a^2 - 4a + 4 + b^2$$
$$6a - 6b + 6 = 0$$

$a - b + 1 = 0$ ..... **(2)**

把 **(1)** 代入 **(2)**。

$$a - (2a+5) + 1 = 0$$
$$a - 2a - 5 + 1 = 0$$
$$a = -4$$

當 $a = -4$ 時，$b = 2(-4) + 5 = -3$。

$\therefore$ <u>P 的坐標是 $(-4, -3)$。</u>

28. **(a)** L_1 的 x 截距 $= -2$

$$-\frac{2}{k} = -2$$

$k = \underline{\underline{1}}$

(b) L_1 的斜率 $= -\dfrac{k}{5} = -\dfrac{1}{5}$

$\because$ $L_2 \,//\, L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $= L_1$ 的斜率 $= -\dfrac{1}{5}$

L_2 的方程是

$$y = -\frac{1}{5}x + 2$$
$$5y = -x + 10$$

<u>$x + 5y - 10 = 0$</u>

(c) 設 (a, b) 為 R 的坐標。

把 (a, b) 代入 $x + 5y - 10 = 0$。

$a + 5b - 10 = 0$

$a = 10 - 5b$ .... **(1)**

$\because$ $PR = QR$

$\therefore$ $\sqrt{(a-2)^2 + (b-3)^2} = \sqrt{[a-(-1)]^2 + (b-4)^2}$

$$(a-2)^2 + (b-3)^2 = (a+1)^2 + (b-4)^2$$
$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 6b + 9 = a^2 + 2a + 1 + b^2 - 8b + 16$$
$$6a - 2b + 4 = 0$$

$3a - b + 2 = 0$ .... **(2)**

把 **(1)** 代入 **(2)**。

$$3(10-5b) - b + 2 = 0$$
$$30 - 15b - b + 2 = 0$$
$$32 = 16b$$
$$b = 2$$

當 $b = 2$ 時，$a = 10 - 5(2) = 0$。

$\therefore$ <u>R 的坐標是 $(0, 2)$。</u>

29. (a) 把 $(6, k)$ 代入 $2x-3y=0$。

$2(6)-3k=0$

$3k=12$

$k=\underline{\underline{4}}$

(b) (i) L_1 的斜率 $=-\dfrac{2}{-3}=\dfrac{2}{3}$

$\because\ L_2\perp L_1$

$\therefore\ L_2$ 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $=-1$

L_2 的斜率 $\times\dfrac{2}{3}=-1$

L_2 的斜率 $=-\dfrac{3}{2}$

L_2 的方程是

$y-4=-\dfrac{3}{2}(x-6)$

$2y-8=-3x+18$

$\underline{\underline{3x+2y-26=0}}$

(ii) L_2 的 y 截距 $=-\dfrac{-26}{2}=13$

$\therefore\ Q$ 的坐標是 $(0, 13)$。

$\because\ OM$ 是 $\triangle OPQ$ 的中線。

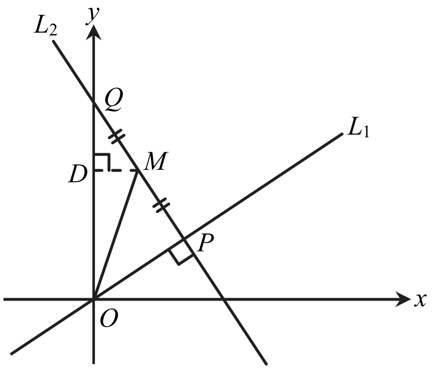
$\therefore\ M$ 是 PQ 的中點。

M 的坐標

$=\left(\dfrac{6+0}{2}, \dfrac{4+13}{2}\right)$

$=\left(3, \dfrac{17}{2}\right)$

設 D 為 y 軸上的一點使得 $MD\perp OQ$。



$MD=3-0=3$

$OQ=13-0=13$

$\triangle OQM$ 的面積

$=\dfrac{1}{2}\times OQ\times MD$

$=\dfrac{1}{2}\times 13\times 3$

$=\underline{\underline{19.5}}$

另解

L_2 的 y 截距 $=-\dfrac{-26}{2}=13$

$\therefore\ Q$ 的坐標是 $(0, 13)$。

$\because\ OM$ 是 $\triangle OPQ$ 的中線。

$\therefore\ M$ 是 PQ 的中點。

留意 $\triangle OPQ$ 以 PQ 為底的高與 $\triangle OQM$ 以 MQ 為底的高相同。

$\triangle OPQ$ 的面積 : $\triangle OQM$ 的面積

$=PQ:MQ$

$=2:1$

$\therefore\ \triangle OQM$ 的面積

$=\dfrac{1}{2}\times\triangle OPQ$ 的面積

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times(6-0)\times(13-0)$

$=\underline{\underline{19.5}}$

30. (a) L_1 的斜率 $=-\dfrac{1}{-2}=\dfrac{1}{2}$

$\because\ L_2\perp L_1$

$\therefore\ L_2$ 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $=-1$

L_2 的斜率 $\times\dfrac{1}{2}=-1$

L_2 的斜率 $=-2$

L_2 的方程是

$y-8=-2(x-8)$

$y-8=-2x+16$

$\underline{\underline{2x+y-24=0}}$

(b) L_1 的 y 截距 $=-\dfrac{8}{-2}=4$

$\therefore\ \underline{\underline{A\text{ 的坐標是 }(0, 4)\text{。}}}$

L_2 的 x 截距 $=-\dfrac{-24}{2}=12$

$\therefore\ \underline{\underline{B\text{ 的坐標是 }(12, 0)\text{。}}}$

(c) $\because\ CM$ 是 $\triangle ABC$ 的中線。

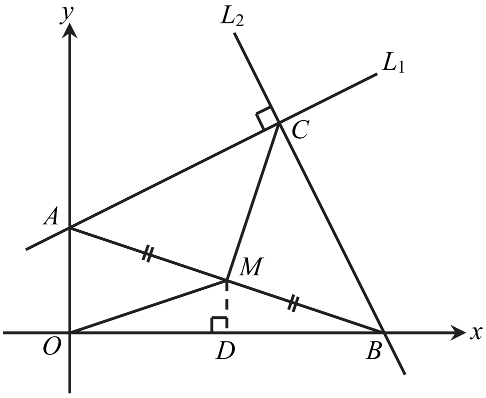
$\therefore\ M$ 是 AB 的中點。

M 的坐標

$=\left(\dfrac{12+0}{2},\dfrac{0+4}{2}\right)$

$=(6, 2)$

設 D 為 x 軸上的一點使得 $MD \perp OB$。



$MD = 2 - 0 = 2$

$OB = 12 - 0 = 12$

$\triangle OBM$ 的面積

$= \frac{1}{2} \times OB \times MD$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 2$

$= 12$

$OA = 4 - 0 = 4$

$\triangle OAB$ 的面積

$= \frac{1}{2} \times OA \times OB$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 12$

$= 24$

$\therefore$ $\triangle OBM$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times \triangle OAB$ 的面積

$\therefore$ <u>$\triangle OBM$ 的面積是 $\triangle OAB$ 的面積的一半。</u>

另解

$\because$ CM 是 $\triangle ABC$ 的中線。

$\therefore$ M 是 AB 的中點。

留意 $\triangle OBM$ 以 BM 為底的高與 $\triangle OAB$ 以 AB 為底的高相同。

$\triangle OBM$ 的面積 : $\triangle OAB$ 的面積

$= BM : AB$

$= 1 : 2$

$\therefore$ <u>$\triangle OBM$ 的面積是 $\triangle OAB$ 的面積的一半。</u>

31. (a) 從圖可見，

L_2 的 x 截距 < 0

$$-\frac{r}{1} < 0$$

$$r > 0$$

$\therefore$ <u>$r > 0$ 正確。</u>

(b) 從圖可見，

L_1 的 x 截距 > 0

$$-\frac{q}{p} > 0$$

$$\frac{q}{p} < 0$$

$$\frac{q}{p} \times p^2 < 0 \times p^2$$

$$pq < 0$$

$\therefore$ <u>$pq > 1$ 不正確。</u>

(c) 從圖可見，

L_2 的斜率 > 0

$$-\frac{1}{q} > 0$$

$$\frac{1}{q} < 0$$

$$q < 0$$

L_2 的 y 截距 $> L_1$ 的 y 截距

$$-\frac{r}{q} > -\frac{q}{1}$$

$$\frac{r}{q} < q$$

$$r > q^2$$

$\therefore$ <u>$r > q^2$ 正確。</u>

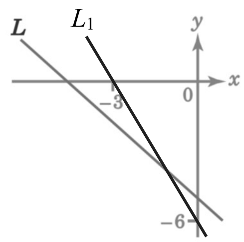
32. (a) 從圖可見，

L 的 y 截距 < 0

$$-\frac{12}{n} < 0$$

$$n > 0$$

作直線 L_1 通過 $(-3 , 0)$ 和 $(0 , -6)$。



L 的斜率 $>$ L_1 的斜率

$$-\frac{m}{n} > \frac{-6-0}{0-(-3)}$$

$$-\frac{m}{n} > -2$$

$$\frac{m}{n} < 2$$

$$m < 2n$$

∴ <u>$m < 2n$ 正確。</u>

(b) 從圖可見，

L 的 x 截距 < 0

$$-\frac{12}{m} < 0$$

$$m > 0$$

L 的 x 截距 < -3

$$-\frac{12}{m} < -3$$

$$\frac{12}{m} > 3$$

$$12 > 3m$$

$$m < 4$$

∴ <u>$m < 4$ 正確。</u>

(c) 從圖可見，

L 的 y 截距 > -6

$$-\frac{12}{n} > -6$$

$$\frac{12}{n} < 6$$

$$12 < 6n$$

$$n > 2$$

∴ <u>$n < 2$ 不正確。</u>

33. (a) L 的 y 截距 > 0

$$-\frac{2k-6}{-1} > 0$$

$$2k-6 > 0$$

$$2k > 6$$

$$k > 3$$

∴ <u>所求的範圍是 $k > 3$。</u>

(b) L 的 x 截距 $= -\frac{2k-6}{k}$

由於 $k > 3$，因此 $2k-6 > 0$ 及 $k > 0$。

∴ $-\frac{2k-6}{k} < 0$

∴ <u>L 不與正 x 軸相交。</u>

34. AB 的斜率 $= L_1$ 的斜率 $= -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$

∵ A 及 C 位於 x 軸上，而 B 位於 y 軸上。

∴ 直線 OB 是 $\triangle ABC$ 的其中一條高線，

且 $\triangle ABC$ 的垂心位於直線 OB 上。

∴ 該垂心的坐標是 $(0 , 8)$。

設 $(m , 0)$ 為 C 的坐標及 H 為 $\triangle ABC$ 的垂心。

∵ $CH \perp AB$

∴ CH 的斜率 $\times$ AB 的斜率 $= -1$

$$\frac{8-0}{0-m} \times \frac{3}{4} = -1$$

$$m = 6$$

∴ <u>C 的坐標是 $(6 , 0)$。</u>

習題 2C (第 2.46 頁)

1. L_1 的斜率 $= 2$

L_2 的斜率 $= -2$

L_1 的斜率 $\neq L_2$ 的斜率

∴ <u>L_1 與 L_2 有 1 個交點。</u>

2. L_1 的斜率 $= \frac{1}{2}$

L_2 的斜率 $= \frac{1}{2}$

L_1 的斜率 $= L_2$ 的斜率

L_1 的 y 截距 $= 0$

L_2 的 y 截距 $= -1$

L_1 的 y 截距 $\neq L_2$ 的 y 截距

∴ <u>L_1 與 L_2 有 0 個交點。</u>

3. L_1 的斜率 $= 0$

L_2 的斜率 $= 1$

L_1 的斜率 $\neq L_2$ 的斜率

∴ <u>L_1 與 L_2 有 1 個交點。</u>

4. L_1 的斜率 $= 0$

L_2 的斜率 $= -\frac{-3}{6} = \frac{1}{2}$

L_1 的斜率 $\neq L_2$ 的斜率

∴ <u>L_1 與 L_2 有 1 個交點。</u>

5. L_1的斜率 $= 3$

L_2的斜率 $= -\dfrac{6}{-2} = 3$

L_1的斜率 $= L_2$的斜率

L_1的 y 截距 $= 0$

L_2的 y 截距 $= -\dfrac{5}{-2} = \dfrac{5}{2}$

L_1的 y 截距 $\neq L_2$的 y 截距

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 } 0 \text{ 個交點。}}$

6. L_1的斜率 $= \dfrac{1}{2}$

L_2的斜率 $= -\dfrac{1}{-2} = \dfrac{1}{2}$

L_1的斜率 $= L_2$的斜率

L_1的 y 截距 $= 2$

L_2的 y 截距 $= -\dfrac{4}{-2} = 2$

L_1的 y 截距 $= L_2$的 y 截距

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有無限個交點。}}$

7. L_1的斜率 $= -\dfrac{2}{-5} = \dfrac{2}{5}$

L_2的斜率 $= -\dfrac{5}{-2} = \dfrac{5}{2}$

L_1的斜率 $\neq L_2$的斜率

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 } 1 \text{ 個交點。}}$

8. L_1的斜率 $= -\dfrac{3}{-1} = 3$

L_2的斜率 $= -\dfrac{6}{-2} = 3$

L_1的斜率 $= L_2$的斜率

L_1的 y 截距 $= -\dfrac{2}{-1} = 2$

L_2的 y 截距 $= -\dfrac{-1}{-2} = -\dfrac{1}{2}$

L_1的 y 截距 $\neq L_2$的 y 截距

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 } 0 \text{ 個交點。}}$

9. $\begin{cases} x + 4y = 11 \text{ .... } \textbf{(1)} \\ y = 2x + 5 \text{ .... } \textbf{(2)} \end{cases}$

把 **(2)** 代入 **(1)**。

$x + 4(2x + 5) = 11$

$x + 8x + 20 = 11$

$9x = -9$

$x = -1$

把 $x = -1$ 代入 **(2)**。

$y = 2(-1) + 5$

$= 3$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (-1\text{ , }3)\text{。}}$

10. $\begin{cases} x + y + 5 = 0 \text{ .... } \textbf{(1)} \\ 3x - 2y = -5 \text{ .... } \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times$ 2：$2x + 2y + 10 = 0$ .... **(3)**

(2) + **(3)**：$5x + 10 = -5$

$5x = -15$

$x = -3$

把 $x = -3$ 代入 **(1)**。

$(-3) + y + 5 = 0$

$y = -2$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (-3\text{ , }-2)\text{。}}$

11. $\begin{cases} 3x - y = 13 \text{ .... } \textbf{(1)} \\ x - y = 5 \text{ .... } \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) – **(2)**：$2x = 8$

$x = 4$

把 $x = 4$ 代入 **(2)**。

$4 - y = 5$

$y = -1$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (4\text{ , }-1)\text{。}}$

12. $\begin{cases} 2x - 3y - 7 = 0 \text{ .... } \textbf{(1)} \\ 4x + 9y - 29 = 0 \text{ .... } \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times$ 2：$4x - 6y - 14 = 0$ .... **(3)**

(2) – **(3)**：$15y - 15 = 0$

$y = 1$

把 $y = 1$ 代入 **(1)**。

$2x - 3(1) - 7 = 0$

$2x = 10$

$x = 5$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (5\text{ , }1)\text{。}}$

13. L_1的斜率 $= -\dfrac{k+1}{-k} = 1+\dfrac{1}{k}$

L_2的斜率 $= 1+\dfrac{1}{k}$

L_1的斜率 $=$ L_2的斜率

L_1的 y 截距 $= -\dfrac{3}{-k} = \dfrac{3}{k}$

L_2的 y 截距 $= \dfrac{3}{k}$

L_1的 y 截距 $=$ L_2的 y 截距

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 相交。}}$

14. (a) $\begin{cases} x-4y=0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 3x-4y-8=0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(2) – **(1)**：$2x - 8 = 0$

$x = 4$

把 $x = 4$ 代入 **(1)**。

$4 - 4y = 0$

$y = 1$

$\therefore$ $\underline{A \text{ 的坐標是 } (4\,,1)\text{。}}$

(b) 該直線的方程是

$y - 0 = \dfrac{1-0}{4-3}(x-3)$

$y = x - 3$

$\underline{x - y - 3 = 0}$

15. (a) $\begin{cases} 2x+y=0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ x-3y+7=0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) × 3：$6x + 3y = 0$ .... **(3)**

(2) + **(3)**：$7x + 7 = 0$

$x = -1$

把 $x = -1$ 代入 **(1)**。

$2(-1) + y = 0$

$y = 2$

$\therefore$ $\underline{P \text{ 的坐標是 } (-1\,,2)\text{。}}$

(b) 所求的直線的斜率

$=$ 直線 $x + y = 0$ 的斜率

$= -\dfrac{1}{1}$

$= -1$

該直線的方程是

$y - 2 = -1[x - (-1)]$

$y - 2 = -x - 1$

$\underline{x + y - 1 = 0}$

16. (a) L_2的方程是

$y - 4 = 2[x - (-3)]$

$y - 4 = 2x + 6$

$\underline{2x - y + 10 = 0}$

(b) $\begin{cases} x+3y-2=0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 2x-y+10=0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) × 2：$2x + 6y - 4 = 0$ .... **(3)**

(3) – **(2)**：$7y - 14 = 0$

$y = 2$

把 $y = 2$ 代入 **(1)**。

$x + 3(2) - 2 = 0$

$x = -4$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (-4\,,2)\text{。}}$

17. (a) L_1的斜率 $= -\dfrac{5}{-1} = 5$

$\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2的斜率 × L_1的斜率 $= -1$

L_2的斜率 × $5 = -1$

L_2的斜率 $= -\dfrac{1}{5}$

L_2的方程是

$y = -\dfrac{1}{5}x + (-6)$

$5y = -x - 30$

$\underline{x + 5y + 30 = 0}$

(b) $\begin{cases} 5x-y+20=0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ x+5y+30=0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) × 5：$25x - 5y + 100 = 0$ ..... **(3)**

(2) + **(3)**：$26x + 130 = 0$

$x = -5$

把 $x = -5$ 代入 **(1)**。

$5(-5) - y + 20 = 0$

$y = -5$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (-5\,,-5)\text{。}}$

18. $7x = -2y$

$y = -\frac{7}{2}x$

∵ 該兩條直線沒有交點。

∴ 該兩條直線的斜率相同。

$-\frac{a}{-b} = -\frac{7}{2}$

$\frac{a}{b} = \underline{\underline{-\frac{7}{2}}}$

19. ∵ 該兩條直線有無限個交點。

∴ 該兩條直線的 y 截距相同。

$-\frac{12}{-9} = -\frac{8}{b}$

$b = \underline{\underline{-6}}$

該兩條直線的斜率相同。

$-\frac{a}{-9} = -\frac{3}{b}$

$\frac{a}{9} = -\frac{3}{-6}$

$a = \underline{\underline{\frac{9}{2}}}$

20. ∵ 該兩條直線有無限個交點。

∴ 該兩條直線的斜率相同。

$-\frac{-8}{6} = -\frac{4}{-n}$

$n = \underline{\underline{3}}$

該兩條直線的 y 截距相同。

$-\frac{m}{6} = -\frac{6}{-n}$

$\frac{m}{6} = \frac{6}{-3}$

$m = \underline{\underline{-12}}$

21. L_1 的斜率 $= -\frac{k+1}{3}$

L_2 的斜率 $= -\frac{2k}{-4} = \frac{k}{2}$

$-\frac{k+1}{3} = \frac{k}{2}$

$-2k - 2 = 3k$

$-5k = 2$

$k = -\frac{2}{5}$

∴ 只有當 $k = -\frac{2}{5}$ 時，L_1 與 L_2 的斜率才會相同。

當 $k = -\frac{2}{5}$ 時，

L_1 的 y 截距 $= -\frac{-2}{3} = \frac{2}{3}$

L_2 的 y 截距 $= -\frac{-3k}{-4} = \frac{3}{4}\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{3}{10}$

L_1 的 y 截距 $\neq L_2$ 的 y 截距

∴ <u>L_1 與 L_2 沒有可能有無限個交點。</u>

22. (a) L_1 的斜率 $= -\frac{2k}{4k} = -\frac{1}{2}$

L_2 的斜率 $= L_1$ 的斜率 $= -\frac{1}{2}$

L_2 的方程是

$y = -\frac{1}{2}x + (-2)$

$2y = -x - 4$

$\underline{x + 2y + 4 = 0}$

(b) L_1 的 y 截距 $= -\frac{-5}{4k} = \frac{5}{4k}$

$\frac{5}{4k} = -2$

$k = -\frac{5}{8}$

∴ 當 $k = -\frac{5}{8}$ 時，L_1 與 L_2 的 y 截距相同，

即 L_1 與 L_2 有無限個交點。

∴ k 不可以是 $-\frac{5}{8}$ 。

∴ <u>不同意該宣稱。</u>

23. (a) $\begin{cases}2x-y-3=0 \text{ .... } \textbf{(1)}\\ 3x-y-4=0 \text{ .... } \textbf{(2)}\end{cases}$

(2) – **(1)**：$x - 1 = 0$

$x = 1$

把 $x = 1$ 代入 **(1)**。

$2(1) - y - 3 = 0$

$y = -1$

∴ $\underline{A\text{ 的坐標是 }(1, -1)\text{。}}$

(b) C 的坐標是 $(-1, 1)$。

AC 的斜率

$= \dfrac{-1-1}{1-(-1)}$

$= -1$

$= AB$ 的斜率

∴ $\underline{A\text{、}B\text{ 與 }C\text{ 共線。}}$

24. (a) L_2 的斜率與直線 $x - y = 0$ 的斜率相同。

∴ $-\dfrac{1}{k} = -\dfrac{1}{-1}$

$k = \underline{\underline{-1}}$

(b) 從 **(a)** 部，L_2 的方程是 $x - y + 5 = 0$。

$\begin{cases}x-2y+8=0 \text{ .... } \textbf{(1)}\\ x-y+5=0 \text{ .... } \textbf{(2)}\end{cases}$

(2) – **(1)**：$y - 3 = 0$

$y = 3$

把 $y = 3$ 代入 **(2)**。

$x - 3 + 5 = 0$

$x = -2$

∴ $\underline{A\text{ 的坐標是 }(-2, 3)\text{。}}$

(c) 設 (m, n) 為 B 的坐標。

∵ A 向上平移至 B。

∴ $m = -2$

OB 的斜率 $= 2$

$\dfrac{n-0}{-2-0} = 2$

$n = -4$

∴ $\underline{B\text{ 的坐標是 }(-2, -4)\text{。}}$

25. (a) 把 $(7, 2)$ 代入 $x + ky - 3 = 0$。

$7 + k(2) - 3 = 0$

$2k = -4$

$k = \underline{\underline{-2}}$

(b) L_2 的方程是

$y = kx + (-4)$

$y = -2x - 4$

$\underline{\underline{2x + y + 4 = 0}}$

(c) L_1 的 x 截距 $= -\dfrac{-3}{1} = 3$

L_2 的 x 截距 $= -\dfrac{4}{2} = -2$

$BD = 3 - (-2) = 5$

從 **(a)** 部，L_1 的方程是 $x - 2y - 3 = 0$。

$\begin{cases}x-2y-3=0 \text{ .... } \textbf{(1)}\\ 2x+y+4=0 \text{ .... } \textbf{(2)}\end{cases}$

(1) × 2：$2x - 4y - 6 = 0$ .... **(3)**

(2) – **(3)**：$5y + 10 = 0$

$y = -2$

∴ C 的 y 坐標是 -2。

C 與 x 軸之間的距離

$= 0 - (-2)$

$= 2$

$\triangle BCD$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times 5 \times 2$

$= \underline{\underline{5}}$

26. (a) AC 的斜率 $= -\dfrac{15}{8}$

∵ $BC \perp AC$

∴ BC 的斜率 × AC 的斜率 $= -1$

BC 的斜率 $\times \left(-\dfrac{15}{8}\right) = -1$

BC 的斜率 $= \dfrac{8}{15}$

BC 的方程是

$y - 6 = \dfrac{8}{15}[x - (-20)]$

$15y - 90 = 8x + 160$

$\underline{\underline{8x - 15y + 250 = 0}}$

(b) $\begin{cases} 15x+8y-37=0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 8x-15y+250=0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times 15$：$225x + 120y - 555 = 0$ ..... **(3)**

(2) $\times 8$：$64x - 120y + 2\ 000 = 0$ ..... **(4)**

(3) + **(4)**：$289x + 1\ 445 = 0$

$$x = -5$$

把 $x = -5$ 代入 **(1)**。

$15(-5) + 8y - 37 = 0$

$$8y = 112$$

$$y = 14$$

∴ $\underline{C\text{ 的坐標是 }(-5, 14)\text{。}}$

(c) $AC = \sqrt{[11-(-5)]^2+(-16-14)^2} = 34$

$BC = \sqrt{[-20-(-5)]^2+(6-14)^2} = 17$

$\triangle ABC$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times AC \times BC$

$= \dfrac{1}{2} \times 34 \times 17$

$= \underline{\underline{289}}$

27. (a) L_1的方程是

$$y - 0 = \frac{-4-0}{0-(-3)}[x-(-3)]$$

$$y = -\frac{4}{3}(x+3)$$

$$3y = -4x - 12$$

$\underline{4x + 3y + 12 = 0}$

L_1的斜率 $= -\dfrac{4}{3}$

∵ $L_2 \perp L_1$

∴ L_2的斜率 $\times$ L_1的斜率 $= -1$

$$L_2\text{的斜率} \times \left(-\frac{4}{3}\right) = -1$$

$$L_2\text{的斜率} = \frac{3}{4}$$

L_2的方程是

$$y - 16 = \frac{3}{4}(x - 10)$$

$$4y - 64 = 3x - 30$$

$\underline{3x - 4y + 34 = 0}$

(b) $\begin{cases} 4x+3y+12=0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 3x-4y+34=0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times 4$：$16x + 12y + 48 = 0$ ..... **(3)**

(2) $\times 3$：$9x - 12y + 102 = 0$ ..... **(4)**

(3) + **(4)**：$25x + 150 = 0$

$$x = -6$$

把 $x = -6$ 代入 **(1)**。

$4(-6) + 3y + 12 = 0$

$$3y = 12$$

$$y = 4$$

∴ D 的坐標是 $(-6, 4)$。

$BD = \sqrt{[0-(-6)]^2+(-4-4)^2} = 10$

$CD = \sqrt{[10-(-6)]^2+(16-4)^2} = 20$

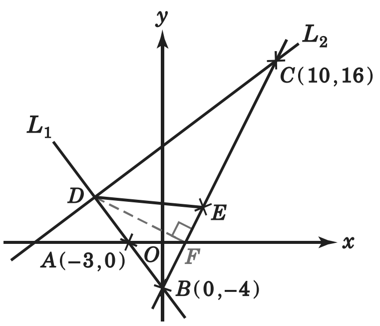
$\triangle BCD$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times BD \times CD$

$= \dfrac{1}{2} \times 10 \times 20$

$= \underline{\underline{100}}$

(c) 設 F 為 BC 上的一點使得 $DF \perp BC$。



$$\frac{\triangle BDE\text{ 的面積}}{\triangle BCD\text{ 的面積}} = \frac{\frac{1}{2} \times BE \times DF}{\frac{1}{2} \times BC \times DF}$$

$$\frac{20}{100} = \frac{BE}{BC}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{BE}{BE + EC}$$

$$BE + EC = 5BE$$

$$EC = 4BE$$

$$\frac{BE}{EC} = \frac{1}{4}$$

∴ $BE : EC = 1 : 4$

∴ $k = \underline{\underline{4}}$

28. (a) CD 的 x 截距 $= -\dfrac{k}{1} = -k$

$\therefore$ C 的坐標是 $(-k, 0)$。

AB 的斜率 $= \dfrac{24-0}{0-(-18)} = \dfrac{4}{3}$

BC 的斜率 $= \dfrac{24-0}{0-(-k)} = \dfrac{24}{k}$

$\because$ $AB \perp BC$

$\therefore$ AB 的斜率 $\times$ BC 的斜率 $= -1$

$$\frac{4}{3} \times \frac{24}{k} = -1$$

$$k = \underline{\underline{-32}}$$

(b) (i) $\because$ $AD \,//\, BC$

$\therefore$ AD 的斜率

$= BC$ 的斜率

$= \dfrac{24}{k}$

$= \dfrac{24}{-32}$

$= -\dfrac{3}{4}$

AD 的方程是

$$y - 0 = -\frac{3}{4}[x - (-18)]$$

$$4y = -3x - 54$$

$\underline{\underline{3x + 4y + 54 = 0}}$

(ii) $AC = -k - (-18) = -(-32) + 18 = 50$

$OB = 24 - 0 = 24$

從 **(a)** 部，CD 的方程是 $x - 7y - 32 = 0$。

$\begin{cases} x - 7y - 32 = 0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 3x + 4y + 54 = 0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times 3$：$3x - 21y - 96 = 0$ .... **(3)**

(2) – **(3)**：$25y + 150 = 0$

$$y = -6$$

$\therefore$ D 的 y 坐標是 -6。

D 與 x 軸之間的距離

$= 0 - (-6)$

$= 6$

梯形 $ABCD$ 的面積

$= \triangle ABC$ 的面積 $+ \triangle ADC$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times 50 \times 24 + \dfrac{1}{2} \times 50 \times 6$

$= \underline{\underline{750}}$

另解

從 **(a)** 部，CD 的方程是 $x - 7y - 32 = 0$。

$\begin{cases} x - 7y - 32 = 0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 3x + 4y + 54 = 0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times 3$：$3x - 21y - 96 = 0$ .... **(3)**

(2) – **(3)**：$25y + 150 = 0$

$$y = -6$$

把 $y = -6$ 代入 **(1)**。

$x - 7(-6) - 32 = 0$

$$x = -10$$

$\therefore$ D 的坐標是 $(-10, -6)$。

$AD = \sqrt{[-18-(-10)]^2 + [0-(-6)]^2} = 10$

$AB = \sqrt{(-18-0)^2 + (0-24)^2} = 30$

$BC = \sqrt{(0-32)^2 + (24-0)^2} = 40$

梯形 $ABCD$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times (AD + BC) \times AB$

$= \dfrac{1}{2} \times (10 + 40) \times 30$

$= \underline{\underline{750}}$

29. (a) L_1 的 y 截距 $= -\dfrac{12}{3} = -4$

$\therefore$ P 的坐標是 $(0, -4)$。

L_1 的斜率 $= -\dfrac{5}{3}$

$\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times$ L_1 的斜率 $= -1$

$$L_2 \text{ 的斜率} \times \left(-\frac{5}{3}\right) = -1$$

$$L_2 \text{ 的斜率} = \frac{3}{5}$$

L_2 的方程是

$$y = \frac{3}{5}x + (-4)$$

$$5y = 3x - 20$$

$\underline{\underline{3x - 5y - 20 = 0}}$

(b) (i) $\begin{cases} 3x-5y-20=0 & \textbf{......(1)} \\ 5x+3y-22=0 & \textbf{......(2)} \end{cases}$

(1) $\times 3$：$9x-15y-60=0$ .... **(3)**

(2) $\times 5$：$25x+15y-110=0$ .... **(4)**

(3) + **(4)**：$34x-170=0$

$x=5$

把 $x=5$ 代入 **(1)**。

$3(5)-5y-20=0$

$5y=-5$

$y=-1$

∴ <u>Q 的坐標是 $(5, -1)$。</u>

(ii) L_1 的斜率 $=-\dfrac{5}{3}$

L_3 的斜率 $=-\dfrac{5}{3}$

∴ <u>L_1 與 L_3 互相平行。</u>

(iii) L_1 與 L_3 之間的距離

$=PQ$

$=\sqrt{(5-0)^2+[-1-(-4)]^2}$

$=\underline{\underline{\sqrt{34}}}$

30. (a) 留意 A 是 AB 與 AQ 的交點，而 B 是 AB 與 BR 的交點。

把 $y=4$ 代入 $x-5y+28=0$。

$x-5(4)+28=0$

$x=-8$

∴ <u>A 的坐標是 $(-8, 4)$。</u>

把 $y=4$ 代入 $x+3y-20=0$。

$x+3(4)-20=0$

$x=8$

∴ <u>B 的坐標是 $(8, 4)$。</u>

(b) P 的坐標 $=\left(\dfrac{-8+8}{2}, \dfrac{4+4}{2}\right)$

$=(0, 4)$

CP 的方程是

$y-4=\dfrac{10-4}{6-0}(x-0)$

$y-4=x$

<u>$x-y+4=0$</u>

(c) $\begin{cases} x+3y-20=0 & \textbf{......(1)} \\ x-y+4=0 & \textbf{......(2)} \end{cases}$

(1) – **(2)**：$4y-24=0$

$y=6$

把 $y=6$ 代入 **(2)**。

$x-6+4=0$

$x=2$

∴ BR 與 CP 的交點的坐標是 $(2, 6)$。

把 $(2, 6)$ 代入 $x-5y+28=0$。

左方 $=2-5(6)+28$

$=0$

= 右方

∴ $(2, 6)$ 位於 AQ 上。

∴ AQ、BR 與 CP 相交於 $(2, 6)$。

即 <u>AQ、BR 與 CP 共點。</u>

31. (a) L_2 的斜率 $=-\dfrac{1}{-3}=\dfrac{1}{3}$

∵ $L_1 \perp L_2$

∴ L_1 的斜率 $\times$ L_2 的斜率 $=-1$

L_1 的斜率 $\times \dfrac{1}{3}=-1$

L_1 的斜率 $=-3$

L_1 的方程是

$y-(-1)=-3(x-5)$

$y+1=-3x+15$

<u>$3x+y-14=0$</u>

(b) ∵ $PR=QR$

∴ R 位於 PQ 的垂直平分線上。

∴ R 是 L_1 與 L_3 的交點。

$\begin{cases} 3x+y-14=0 & \textbf{......(1)} \\ x+6y-16=0 & \textbf{......(2)} \end{cases}$

(2) $\times 3$：$3x+18y-48=0$ ...... **(3)**

(3) – **(1)**：$17y-34=0$

$y=2$

把 $y=2$ 代入 **(2)**。

$x+6(2)-16=0$

$x=4$

∴ <u>R 的坐標是 $(4, 2)$。</u>

32. (a) QS 的斜率 $=\dfrac{6-0}{0-(-2)}=3$

$\because\ PR\perp QS$

$\therefore\ PR$ 的斜率 $\times$ QS 的斜率 $=-1$

PR 的斜率 $\times 3=-1$

PR 的斜率 $=-\dfrac{1}{3}$

PR 的方程是

$y-(-2)=-\dfrac{1}{3}[x-(-4)]$

$3y+6=-x-4$

$\underline{x+3y+10=0}$

PQ 的斜率 $=\dfrac{6-(-2)}{0-(-4)}=2$

$\because\ RS\perp PQ$

$\therefore\ RS$ 的斜率 $\times$ PQ 的斜率 $=-1$

RS 的斜率 $\times 2=-1$

RS 的斜率 $=-\dfrac{1}{2}$

RS 的方程是

$y-0=-\dfrac{1}{2}[x-(-2)]$

$2y=-x-2$

$\underline{x+2y+2=0}$

(b) $\begin{cases}x+3y+10=0 \text{ .... } \textbf{(1)}\\ x+2y+2=0 \text{ .... } \textbf{(2)}\end{cases}$

(1) – (2)：$y+8=0$

$y=-8$

把 $y=-8$ 代入 **(1)**。

$x+3(-8)+10=0$

$x=14$

$\therefore$ $\underline{R\text{ 的坐標是 }(14\ ,-8)\text{。}}$

33. (a) $\begin{cases}x+y=0 \text{ .... } \textbf{(1)}\\ 3x+8y+40=0 \text{ .... } \textbf{(2)}\end{cases}$

(1) $\times 3$：$3x+3y=0$ .... **(3)**

(2) – (3)：$5y+40=0$

$y=-8$

把 $y=-8$ 代入 **(1)**。

$x+(-8)=0$

$x=8$

$\therefore$ $\underline{A\text{ 的坐標是 }(8\ ,-8)\text{。}}$

$\begin{cases}x+y=0 \text{ .... } \textbf{(4)}\\ x-4y=0 \text{ .... } \textbf{(5)}\end{cases}$

(4) – (5)：$5y=0$

$y=0$

把 $y=0$ 代入 **(4)**。

$x+0=0$

$x=0$

$\therefore$ $\underline{B\text{ 的坐標是 }(0\ ,0)\text{。}}$

$\begin{cases}x-4y=0 \text{ .... } \textbf{(6)}\\ 3x+8y+40=0 \text{ .... } \textbf{(7)}\end{cases}$

(6) $\times 3$：$3x-12y=0$ .... **(8)**

(7) – (8)：$20y+40=0$

$y=-2$

把 $y=-2$ 代入 **(6)**。

$x-4(-2)=0$

$x=-8$

$\therefore$ $\underline{C\text{ 的坐標是 }(-8\ ,-2)\text{。}}$

(b) AB 的中點的坐標

$=\left(\dfrac{8+0}{2},\dfrac{-8+0}{2}\right)$

$=(4\ ,-4)$

AB 的斜率

$=\dfrac{-8-0}{8-0}$

$=-1$

設 L_1 為 AB 的垂直平分線。

$\because\ L_1\perp AB$

$\therefore\ L_1$ 的斜率 $\times$ AB 的斜率 $=-1$

L_1 的斜率 $\times(-1)=-1$

L_1 的斜率 $=1$

L_1 的方程是

$y-(-4)=1(x-4)$

$y+4=x-4$

$x-y-8=0$

BC 的中點的坐標

$=\left(\dfrac{-8+0}{2},\dfrac{-2+0}{2}\right)$

$=(-4\ ,-1)$

BC 的斜率

$=\dfrac{-2-0}{-8-0}$

$=\dfrac{1}{4}$

設 L_2 為 BC 的垂直平分線。

$\because \quad L_2 \perp BC$

$\therefore \quad L_2$ 的斜率 $\times$ BC 的斜率 $= -1$

L_2 的斜率 $\times \dfrac{1}{4} = -1$

L_2 的斜率 $= -4$

L_2 的方程是

$$y - (-1) = -4[x - (-4)]$$
$$y + 1 = -4x - 16$$
$$4x + y + 17 = 0$$

$$\begin{cases} x - y - 8 = 0 \text{ .... } \mathbf{(1)} \\ 4x + y + 17 = 0 \text{ .... } \mathbf{(2)} \end{cases}$$

(1) + **(2)**：$5x + 9 = 0$

$$x = -\frac{9}{5}$$

把 $x = -\dfrac{9}{5}$ 代入 **(1)**。

$$-\frac{9}{5} - y - 8 = 0$$
$$y = -\frac{49}{5}$$

$\therefore \quad$ <u>外心的坐標是 $\left(-\dfrac{9}{5}\ ,\ -\dfrac{49}{5}\right)$。</u>

課後評估 (第 2.52 頁)

1. $\boxed{\checkmark}$

斜率 $= \tan 60°$

$= \sqrt{3}$

2. $\boxed{\checkmark}$

把 $(-1\ , a)$ 代入 $x + 2y = 0$。

$-1 + 2a = 0$

3. $\boxed{\times}$

$y = 2$ 是一條水平線。

$\therefore \quad y = 2$ 不是一條鉛垂線。

4. $\boxed{\checkmark}$

該直線是一條鉛垂線。

$\therefore \quad$ 該直線的方程是 $x = 4$。

5. $\boxed{\times}$

x 截距 $= -\dfrac{-15}{5} = 3 \neq -3$

6. $\boxed{\times}$

L_1 的斜率 $= -\dfrac{3}{4}$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{6}{8} = -\dfrac{3}{4}$

L_1 的斜率 $= L_2$ 的斜率

L_1 的 y 截距 $= -\dfrac{-1}{4} = \dfrac{1}{4}$

L_2 的 y 截距 $= -\dfrac{-3}{8} = \dfrac{3}{8}$

L_1 的 y 截距 $\neq L_2$ 的 y 截距

$\therefore \quad L_1$ 與 L_2 有 0 個交點。

7. (a) L 的方程是

$$y = -4x + 0$$

<u>$4x + y = 0$</u>

(b) L 的方程是

$$y - 3 = 5(x - 2)$$
$$y - 3 = 5x - 10$$

<u>$5x - y - 7 = 0$</u>

(c) L 的方程是

$$y - 0 = \frac{4 - 0}{0 - 3}(x - 3)$$
$$y = -\frac{4}{3}(x - 3)$$
$$3y = -4x + 12$$

<u>$4x + 3y - 12 = 0$</u>

8. (a) L 的 y 截距 $= 8$

$$-\frac{56}{a} = 8$$
$$a = \underline{-7}$$

(b) L 的斜率 $= -\dfrac{4}{a} = -\dfrac{4}{-7} = \dfrac{4}{7}$

設 θ 是 L 的傾角。

$\tan \theta = L$ 的斜率

$= \dfrac{4}{7}$

$\theta = 29.7°$ (準確至最接近的 *0.1°*)

$\therefore \quad$ <u>L 的傾角是 $29.7°$。</u>

9. (a) L_2的方程是

$$x = 4y + 3$$

$x - 4y - 3 = 0$

L_1的斜率 $= 4$

L_2的斜率 $= -\dfrac{1}{-4} = \dfrac{1}{4}$

L_1的斜率 $\neq L_2$的斜率

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 1 個交點。}}$

(b) L_1的方程是

$2x - 3y = 6$

$2x - 3y - 6 = 0$

L_2的方程是

$6x - 9y = 18$

$6x - 9y - 18 = 0$

L_1的斜率 $= -\dfrac{2}{-3} = \dfrac{2}{3}$

L_2的斜率 $= -\dfrac{6}{-9} = \dfrac{2}{3}$

L_1的斜率 $= L_2$的斜率

L_1的 y 截距 $= -\dfrac{-6}{-3} = -2$

L_2的 y 截距 $= -\dfrac{-18}{-9} = -2$

L_1的 y 截距 $= L_2$的 y 截距

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有無限個交點。}}$

10. (a) L_2的斜率 $= -\dfrac{1}{-2} = \dfrac{1}{2}$

$\because$ $L_1 \perp L_2$

$\therefore$ L_1的斜率 $\times L_2$的斜率 $= -1$

L_1的斜率 $\times \dfrac{1}{2} = -1$

L_1的斜率 $= -2$

L_1的方程是

$$y = -2x + 4$$

$\underline{2x + y - 4 = 0}$

(b) $\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ x - 2y - 7 = 0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times 2$：$4x + 2y - 8 = 0$ .... **(3)**

(2) + **(3)**：$5x - 15 = 0$

$x = 3$

把 $x = 3$ 代入 **(1)**。

$2(3) + y - 4 = 0$

$y = -2$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (3\ ,\ -2)\text{。}}$

補充練習 2 (第 2.53 頁)

1. (a) L 的斜率

$= \tan 37°$

$= \underline{0.754}$ (準確至三位有效數字)

(b) L 的斜率

$= \tan 64°$

$= \underline{2.05}$ (準確至三位有效數字)

2. (a) 設θ是 L 的傾角。

$\tan\theta = L$ 的斜率

$= 0.7$

$\theta = 35.0°$ (準確至最接近的 $0.1°$)

$\therefore$ $\underline{L \text{ 的傾角是 } 35.0°\text{。}}$

(b) 設θ是 L 的傾角。

$\tan\theta = L$ 的斜率

$= 5$

$\theta = 78.7°$ (準確至最接近的 $0.1°$)

$\therefore$ $\underline{L \text{ 的傾角是 } 78.7°\text{。}}$

3. L 的方程是

$y - (-4) = -2(x - 1)$

$y + 4 = -2x + 2$

$\underline{2x + y + 2 = 0}$

4. L 的方程是

$$y = -\frac{5}{2}x + 3$$

$2y = -5x + 6$

$\underline{5x + 2y - 6 = 0}$

5. L 的方程是

$$y-4=\frac{-3-4}{-1-5}(x-5)$$
$$y-4=\frac{7}{6}(x-5)$$
$$6y-24=7x-35$$
$$\underline{7x-6y-11=0}$$

6. $\underline{L\text{ 的方程是 } x=9\text{。}}$

7. L 的方程是

$$y=-4x+(-7)$$
$$\underline{4x+y+7=0}$$

8. L 的方程是

$$y-0=5[x-(-6)]$$
$$y=5x+30$$
$$\underline{5x-y+30=0}$$

9. L 的斜率 $=\tan 45°=1$

L 的方程是

$$y-(-8)=1(x-2)$$
$$y+8=x-2$$
$$\underline{x-y-10=0}$$

10. L 的方程是

$$y-0=\frac{-2-0}{-1-0}(x-0)$$
$$y=2x$$
$$\underline{2x-y=0}$$

11. L 的方程是

$$y-5=\frac{6-5}{-5-(-1)}[x-(-1)]$$
$$y-5=-\frac{1}{4}(x+1)$$
$$4y-20=-x-1$$
$$\underline{x+4y-19=0}$$

12. L 的方程是

$$y-0=\frac{-14-0}{0-7}(x-7)$$
$$y=2x-14$$
$$\underline{2x-y-14=0}$$

13. L 的斜率 $\times(-3)=-1$

$$L\text{ 的斜率}=\frac{1}{3}$$

L 的方程是

$$y-1=\frac{1}{3}[x-(-2)]$$
$$3y-3=x+2$$
$$\underline{x-3y+5=0}$$

14. **(a)** L_1 的斜率 $=\underline{\underline{-\frac{3}{8}}}$

L_1 的 x 截距 $=-\frac{-24}{3}=\underline{\underline{8}}$

L_1 的 y 截距 $=-\frac{-24}{8}=\underline{\underline{3}}$

(b) L_2 的斜率 $=-\frac{5}{-4}=\underline{\underline{\frac{5}{4}}}$

L_2 的 x 截距 $=-\frac{40}{5}=\underline{\underline{-8}}$

L_2 的 y 截距 $=-\frac{40}{-4}=\underline{\underline{10}}$

15. **(a)** L 的 x 截距 $=-5$

$$-\frac{15}{k}=-5$$
$$k=\underline{\underline{3}}$$

(b) L 的斜率 $=-\frac{k}{-5}=-\frac{3}{-5}=\underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

L 的 y 截距 $=-\frac{15}{-5}=\underline{\underline{3}}$

16. **(a)** L_1 的 y 截距 $= -\dfrac{-k}{3} = \dfrac{k}{3}$

L_2 的 y 截距 $= -\dfrac{4k}{2k} = -2$

L_1 的 y 截距 $= L_2$ 的 y 截距

$\dfrac{k}{3} = -2$

$k = \underline{-6}$

(b) L_2 的斜率 $= -\dfrac{1}{2k} = -\dfrac{1}{2(-6)} = \dfrac{1}{12}$

設 θ 是 L_2 的傾角。

$\tan\theta = L_2$ 的斜率

$= \dfrac{1}{12}$

$\theta = 5°$ (準確至最接近的度)

$\therefore$ $\underline{L_2 \text{ 的傾角是 } 5°\text{。}}$

17. L_1 的 x 截距 $= -\dfrac{4}{1} = -4$

$\therefore$ $OP = 0 - (-4) = 4$

L_1 的 y 截距 $= -\dfrac{4}{-2} = 2$

L_2 的 y 截距 $= -\dfrac{12}{-2} = 6$

$\therefore$ $QR = 6 - 2 = 4$

$\triangle PQR$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times QR \times OP$

$= \dfrac{1}{2} \times 4 \times 4$

$= \underline{8}$

18. **(a)** L 的 x 截距 $= -\dfrac{-168}{7} = 24$

$\therefore$ $OA = 24 - 0 = 24$

L 的 y 截距 $= -\dfrac{-168}{-24} = -7$

$\therefore$ $OB = 0 - (-7) = 7$

$AB = \sqrt{(24-0)^2 + [0-(-7)]^2}$

$= 25$

$\triangle AOB$ 的周界

$= OA + OB + AB$

$= 24 + 7 + 25$

$= \underline{56}$

(b) $\triangle AOB$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times OA \times OB$

$= \dfrac{1}{2} \times 24 \times 7$

$= \underline{84}$

19. L_1 的斜率 $= -\dfrac{1}{3}$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{3}{-1} = 3$

L_1 的斜率 $\times L_2$ 的斜率

$= \left(-\dfrac{1}{3}\right) \times 3$

$= -1$

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 互相垂直。}}$

20. **(a)** L_1 的斜率 $= -\dfrac{1}{-3} = \dfrac{1}{3}$

所求的直線的斜率

$= L_1$ 的斜率

$= \dfrac{1}{3}$

該直線的方程是

$y - (-4) = \dfrac{1}{3}(x - 5)$

$3y + 12 = x - 5$

$\underline{x - 3y - 17 = 0}$

(b) L_2 的斜率 $= -\dfrac{10}{2} = -5$

所求的直線的斜率 $\times L_2$ 的斜率 $= -1$

所求的直線的斜率 $\times (-5) = -1$

所求的直線的斜率 $= \dfrac{1}{5}$

該直線的方程是

$y - (-4) = \dfrac{1}{5}(x - 5)$

$5y + 20 = x - 5$

$\underline{x - 5y - 25 = 0}$

21. (a) L 的 x 截距 $= -\dfrac{-30}{3} = \underline{\underline{10}}$

(b) L_1 的 x 截距

$= L$ 的 x 截距 $\times 2$

$= 10 \times 2$

$= 20$

L_1 的方程是

$y - 0 = 1(x - 20)$

$y = x - 20$

$\underline{x - y - 20 = 0}$

22. (a) L_1 的斜率 $= -\dfrac{2}{6} = -\dfrac{1}{3}$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{3}{-9} = \dfrac{1}{3}$

L_1 的斜率 $\neq L_2$ 的斜率

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 } 1 \text{ 個交點。}}$

(b) L_1 的斜率 $= -\dfrac{8}{-12} = \dfrac{2}{3}$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{3}{-2} = \dfrac{3}{2}$

L_1 的斜率 $\neq L_2$ 的斜率

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 } 1 \text{ 個交點。}}$

(c) L_1 的方程是

$6x + 8y = 13$

$6x + 8y - 13 = 0$

L_2 的方程是

$x = -\dfrac{4}{3}y + 9$

$3x = -4y + 27$

$3x + 4y - 27 = 0$

L_1 的斜率 $= -\dfrac{6}{8} = -\dfrac{3}{4}$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{3}{4}$

L_1 的斜率 $= L_2$ 的斜率

L_1 的 y 截距 $= -\dfrac{-13}{8} = \dfrac{13}{8}$

L_2 的 y 截距 $= -\dfrac{-27}{4} = \dfrac{27}{4}$

L_1 的 y 截距 $\neq L_2$ 的 y 截距

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有 } 0 \text{ 個交點。}}$

(d) L_1 的方程是

$\dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{5} = 1$

$\dfrac{y}{5} = -\dfrac{x}{4} + 1$

$y = -\dfrac{5}{4}x + 5$

L_2 的方程是

$4y = -5x + 20$

$y = -\dfrac{5}{4}x + 5$

L_1 的方程與 L_2 的方程相同。L_1 和 L_2 有相同的斜率和 y 截距。

$\therefore$ $\underline{L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 有無限個交點。}}$

23. (a) $\begin{cases} x - y + 7 = 0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 2x + y - 1 = 0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) + **(2)**：$3x + 6 = 0$

$x = -2$

把 $x = -2$ 代入 **(1)**。

$-2 - y + 7 = 0$

$y = 5$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (-2 , 5)\text{。}}$

(b) $\begin{cases} 3x - y = 13 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ x - y = 5 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) – **(2)**：$2x = 8$

$x = 4$

把 $x = 4$ 代入 **(2)**。

$4 - y = 5$

$y = -1$

$\therefore$ $\underline{\text{所求的坐標是 } (4 , -1)\text{。}}$

24. (a) $\begin{cases} 2x-y-7=0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ x+3y=0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(2) $\times 2$：$2y+6y=0$ .... **(3)**

(3) – **(1)**：$7y+7=0$

$y=-1$

把 $y=-1$ 代入 **(2)**。

$x+3(-1)=0$

$x=3$

$\therefore$ <u>P 的坐標是 $(3\,,-1)$。</u>

(b) L 的方程是

$$y-(-2)=\frac{-1-(-2)}{3-0}(x-0)$$

$$y+2=\frac{1}{3}x$$

$$3y+6=x$$

<u>$x-3y-6=0$</u>

25. (a) L_1 的斜率 $=-\dfrac{2}{-3}=\dfrac{2}{3}$

$\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $=-1$

L_2 的斜率 $\times\dfrac{2}{3}=-1$

L_2 的斜率 $=-\dfrac{3}{2}$

L_2 的方程是

$$y-3=-\frac{3}{2}[x-(-1)]$$

$$2y-6=-3x-3$$

<u>$3x+2y-3=0$</u>

(b) $\begin{cases} 2x-3y-2=0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 3x+2y-3=0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times 2$：$4x-6y-4=0$ .... **(3)**

(2) $\times 3$：$9x+6y-9=0$ .... **(4)**

(3) + **(4)**：$13x-13=0$

$x=1$

$\because$ L_1 與 L_2 的交點的 x 坐標不是 0。

$\therefore$ <u>L_1 與 L_2 的交點並不位於 y 軸上。</u>

26. (a) AB 的方程是

$$y-7=\frac{-8-7}{-2-1}(x-1)$$

$$y-7=5x-5$$

<u>$5x-y+2=0$</u>

(b) 把 $(4\,,22)$ 代入 $5x-y+2=0$。

左方 $=5(4)-22+2$

$=0$

$=$ 右方

C 的坐標滿足 AB 的方程。

$\therefore$ <u>A、B 與 C 共線。</u>

27. (a) L 的方程是

$$y-0=\frac{\frac{1}{2}-0}{-4-0}(x-0)$$

$$y=-\frac{1}{8}x$$

$$8y=-x$$

<u>$x+8y=0$</u>

(b) 把 $(k\,,-2)$ 代入 $x+8y=0$。

$k+8(-2)=0$

$k=\underline{16}$

28. (a) L 的方程是

$$y-2=\frac{-14-2}{5-(-5)}[x-(-5)]$$

$$y-2=-\frac{8}{5}(x+5)$$

$$5y-10=-8x-40$$

<u>$8x+5y+30=0$</u>

(b) L 的 x 截距 $=-\dfrac{30}{8}=-\dfrac{15}{4}$

$\therefore$ <u>P 的坐標是 $\left(-\dfrac{15}{4}\,,\,0\right)$。</u>

L 的 y 截距 $=-\dfrac{30}{5}=-6$

$\therefore$ <u>Q 的坐標是 $(0\,,-6)$。</u>

29. (a) $\triangle AOB$ 的面積 $=15$

$\dfrac{1}{2}\times OA\times OB=15$

$\dfrac{1}{2}\times OA\times 5=15$

$OA=6$

$\therefore$ <u>A 的坐標是 $(6\,,0)$。</u>

(b) L 的方程是

$$y-5=\frac{0-5}{6-0}(x-0)$$

$$6y-30=-5x$$

$\underline{5x+6y-30=0}$

(c) 把 $(3p, p)$ 代入 $5x+6y-30=0$。

$$5(3p)+6p-30=0$$

$$21p=30$$

$$p=\underline{\underline{\frac{10}{7}}}$$

30. (a) 把 $(4, 6)$ 代入 $3x+ky+12=0$。

$$3(4)+k(6)+12=0$$

$$6k=-24$$

$$k=\underline{\underline{-4}}$$

(b) L 的 x 截距 $=-\frac{12}{3}=-4$

$\therefore$ P 的坐標是 $(-4, 0)$。

L 的 y 截距 $=-\frac{12}{k}=-\frac{12}{-4}=3$

$\therefore$ Q 的坐標是 $(0, 3)$。

$$PQ=\sqrt{(-4-0)^2+(0-3)^2}$$

$$=\underline{\underline{5}}$$

31. (a) 把 $(0, 4)$ 代入 $ax+y-8a=0$。

$$a(0)+4-8a=0$$

$$a=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

(b) L 的斜率 $=-\frac{a}{1}=-\frac{1}{2}$

所求的直線的斜率 $\times$ L 的斜率 $=-1$

所求的直線的斜率 $\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$

所求的直線的斜率 $=2$

該直線的方程是

$$y=2x+4$$

$\underline{2x-y+4=0}$

32. (a) L 的 x 截距 $=-9$

$$-\frac{1-4k}{1}=-9$$

$$1-4k=9$$

$$-4k=8$$

$$k=\underline{\underline{-2}}$$

(b) L 的斜率

$=-\frac{1}{2k+7}$

$=-\frac{1}{2(-2)+7}$

$=-\frac{1}{3}$

所求的直線的斜率

$=L$ 的斜率

$=-\frac{1}{3}$

該直線的方程是

$$y=-\frac{1}{3}x+0$$

$$3y=-x$$

$\underline{x+3y=0}$

33. L_1 的 y 截距 $=-\frac{3}{2}$

L_2 的 y 截距 $=-\frac{9}{-2k}=\frac{9}{2k}$

L_1 的 y 截距 $=L_2$ 的 y 截距

$$-\frac{3}{2}=\frac{9}{2k}$$

$$k=\underline{\underline{-3}}$$

L_1 的斜率 $=-\frac{h}{2}$

L_2 的斜率 $=-\frac{4}{-2k}=\frac{2}{k}=-\frac{2}{3}$

$\because$ $L_1\perp L_2$

$\therefore$ L_1 的斜率 $\times$ L_2 的斜率 $=-1$

$$-\frac{h}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-1$$

$$h=\underline{\underline{-3}}$$

34. **(a)** L_1的斜率 $= -\dfrac{a}{-3} = \dfrac{a}{3}$

L_2的斜率 $= -\dfrac{3}{5}$

∵ $L_1 \perp L_2$

∴ L_1的斜率 × L_2的斜率 = −1

$$\frac{a}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -1$$

$$a = \underline{\underline{5}}$$

L_1的 x 截距 = −6

$$-\frac{b}{a} = -6$$

$$-\frac{b}{5} = -6$$

$$b = \underline{\underline{30}}$$

(b) L_1的 y 截距 $= -\dfrac{b}{-3} = -\dfrac{30}{-3} = 10$

∴ Q 的坐標是 (0 , 10)。

PQ 的中點的坐標

$= \left(\dfrac{-6+0}{2}, \dfrac{0+10}{2}\right)$

= (−3 , 5)

把 (−3 , 5) 代入 $3x + 5y - 16 = 0$。

左方 = 3(−3) + 5(5) − 16

= 0

= 右方

∴ L_2 通過 PQ 的中點。

∵ P 及 Q 都是 L_1 上的點，且 $L_1 \perp L_2$。

∴ $L_2 \perp PQ$

∴ $\underline{L_2 \text{ 是 } PQ \text{ 的垂直平分線。}}$

35. **(a)** L_1的斜率 $= -\dfrac{k}{6}$

L_2的斜率 $= -\dfrac{3}{-2} = \dfrac{3}{2}$

∵ $L_1 \perp L_2$

∴ L_1的斜率 × L_2的斜率 = −1

$$-\frac{k}{6} \times \frac{3}{2} = -1$$

$$k = \underline{\underline{4}}$$

(b) L_1的 x 截距 $= -\dfrac{-13k}{k} = 13$

∴ $\underline{P \text{ 的坐標是 } (13 , 0)\text{。}}$

$$\begin{cases} 4x + 6y - 13(4) = 0 \text{ .... } \textbf{(1)} \\ 3x - 2y = 0 \text{ .... } \textbf{(2)} \end{cases}$$

(2) × 3：$9x - 6y = 0$ .... **(3)**

(1) + **(3)**：$13x - 52 = 0$

$x = 4$

把 $x = 4$ 代入 **(2)**。

$3(4) - 2y = 0$

$12 = 2y$

$y = 6$

∴ $\underline{Q \text{ 的坐標是 } (4 , 6)\text{。}}$

(c) $OP = 13 - 0 = 13$

$OQ = \sqrt{(4-0)^2 + (6-0)^2}$

$= \sqrt{52}$

$OP > OQ$

∴ $\underline{Q \text{ 較接近原點 } O\text{。}}$

36. **(a)** L_1的 x 截距

= L_2的 x 截距

$= -\dfrac{-8}{2}$

= 4

L_2的斜率 $= -\dfrac{2}{-3} = \dfrac{2}{3}$

∵ $L_1 \perp L_2$

∴ L_1的斜率 × L_2的斜率 = −1

$$L_1\text{的斜率} \times \frac{2}{3} = -1$$

$$L_1\text{的斜率} = -\frac{3}{2}$$

L_1的方程是

$$y - 0 = -\frac{3}{2}(x - 4)$$

$$2y = -3x + 12$$

$\underline{\underline{3x + 2y - 12 = 0}}$

(b) L_1的 y 截距 $= -\dfrac{-12}{2} = 6$

∴ 所求的面積

$= \dfrac{1}{2} \times (4 - 0) \times (6 - 0)$

$= \underline{\underline{12}}$

37. (a) AB 的斜率 $=\dfrac{3-(-3)}{7-6}=6$

$\because\quad L\perp AB$

$\therefore\quad L$ 的斜率 $\times$ AB 的斜率 $=-1$

L 的斜率 $\times 6=-1$

L 的斜率 $=-\dfrac{1}{6}$

L 的方程是

$y-(-3)=-\dfrac{1}{6}(x-6)$

$6y+18=-x+6$

$\underline{x+6y+12=0}$

(b) L 的 x 截距 $=-\dfrac{12}{1}=-12$

$\therefore\quad OP=0-(-12)=12$

L 的 y 截距 $=-\dfrac{12}{6}=-2$

$\therefore\quad OQ=0-(-2)=2$

$\therefore\quad OP:OQ=12:2$

$=\underline{\underline{6:1}}$

38. (a) B 的坐標

$=(3-2\ ,-2-4)$

$=(1\ ,-6)$

L 的方程是

$y-(-2)=\dfrac{-6-(-2)}{1-3}(x-3)$

$y+2=2(x-3)$

$y+2=2x-6$

$\underline{2x-y-8=0}$

(b) L 的 x 截距 $=-\dfrac{-8}{2}=4$

$\therefore\quad P$ 的坐標是 $(4\ ,0)$。

L 的 y 截距 $=-\dfrac{-8}{-1}=-8$

$\therefore\quad Q$ 的坐標是 $(0\ ,-8)$。

$\because\quad PR:RQ=1:3$

$\therefore\quad R$ 的坐標

$=\left(\dfrac{3(4)+1(0)}{1+3},\dfrac{3(0)+1(-8)}{1+3}\right)$

$=\underline{(3\ ,-2)}$

39. L_1 的斜率 $=L_2$ 的斜率

$-\dfrac{2}{6}=-\dfrac{-m}{12}$

$m=\underline{\underline{-4}}$

L_1 的 y 截距 $=L_2$ 的 y 截距

$-\dfrac{3}{6}=-\dfrac{n}{12}$

$n=\underline{\underline{6}}$

40. (a) L_1 的斜率 $=L_2$ 的斜率

$-\dfrac{m}{4}=-\dfrac{5}{n}$

$mn=\underline{\underline{20}}$

(b) (i) L_1 的 x 截距 $=\dfrac{4}{5}$

$-\dfrac{-12}{m}=\dfrac{4}{5}$

$m=\underline{\underline{15}}$

把 $m=15$ 代入 $mn=20$。

$15n=20$

$n=\underline{\underline{\dfrac{4}{3}}}$

(ii) L_2 的方程是

$5x+ny=6$

$5x+\dfrac{4}{3}y-6=0$

L_1 的 y 截距 $=-\dfrac{-12}{4}=3$

L_2 的 y 截距 $=-\dfrac{-6}{\frac{4}{3}}=\dfrac{9}{2}$

$\because\quad L_1$ 的 y 截距 $\neq L_2$ 的 y 截距

$\therefore\quad$ $\underline{L_1\text{ 與 }L_2\text{ 沒有無限個交點。}}$

41. (a) $\begin{cases}5x-y-2=0 & \text{......................}\ \mathbf{(1)}\\ 3x+4y-15=0 & \text{......................}\ \mathbf{(2)}\end{cases}$

(1) $\times 4$：$20x-4y-8=0$ .... **(3)**

(2) + **(3)**：$23x-23=0$

$x=1$

把 $x=1$ 代入 **(1)**。

$5(1)-y-2=0$

$y=3$

$\therefore$ $\underline{P \text{ 的坐標是 } (1\ ,3)}$。

(b) PQ 的 y 截距 $=-\dfrac{-2}{-1}=-2$

$\therefore$ $\underline{Q \text{ 的坐標是 } (0\ ,-2)}$。

PR 的 x 截距 $=-\dfrac{-15}{3}=5$

$\therefore$ $\underline{R \text{ 的坐標是 } (5\ ,0)}$。

(c) QR 的方程是

$$y-0=\frac{-2-0}{0-5}(x-5)$$

$$y=\frac{2}{5}(x-5)$$

$$5y=2x-10$$

$\underline{2x-5y-10=0}$

(d) QR 的斜率 $=-\dfrac{2}{-5}=\dfrac{2}{5}$

該高的斜率 $\times$ QR 的斜率 $=-1$

該高的斜率 $\times\dfrac{2}{5}=-1$

該高的斜率 $=-\dfrac{5}{2}$

該高的方程是

$$y-3=-\frac{5}{2}(x-1)$$

$$2y-6=-5x+5$$

$\underline{5x+2y-11=0}$

42. (a) OC 的斜率 $=\dfrac{9-0}{3-0}=3$

$\because$ $AB \parallel OC$

$\therefore$ AB 的斜率 $=$ OC 的斜率

$$-\frac{k}{-1}=3$$

$k=\underline{3}$

(b) 從 **(a)** 部，AB 的方程是 $3x-y-44=0$。

$\begin{cases}x-4y=0 & \text{......................}\ \mathbf{(1)}\\ 3x-y-44=0 & \text{......................}\ \mathbf{(2)}\end{cases}$

從 **(1)**，$x=4y$ .... **(3)**

把 **(3)** 代入 **(2)**。

$3(4y)-y-44=0$

$11y=44$

$y=4$

把 $y=4$ 代入 **(3)**。

$x=4(4)$

$=16$

$\therefore$ $\underline{A \text{ 的坐標是 } (16\ ,4)}$。

OA 的斜率 $=-\dfrac{1}{-4}=\dfrac{1}{4}$

$\because$ $CB \parallel OA$

$\therefore$ CB 的斜率 $=$ OA 的斜率 $=\dfrac{1}{4}$

CB 的方程是

$$y-9=\frac{1}{4}(x-3)$$

$$4y-36=x-3$$

$x-4y+33=0$

$\begin{cases}3x-y-44=0 & \text{......................}\ \mathbf{(4)}\\ x-4y+33=0 & \text{......................}\ \mathbf{(5)}\end{cases}$

(5) $\times 3$：$3x-12y+99=0$ .... **(6)**

(4) – **(6)**：$11y-143=0$

$y=13$

把 $y=13$ 代入 **(5)**。

$x-4(13)+33=0$

$x=19$

$\therefore$ $\underline{B \text{ 的坐標是 } (19\ ,13)}$。

(c) OB 的方程是

$$y-0=\frac{13-0}{19-0}(x-0)$$

$$19y=13x$$

$\underline{13x-19y=0}$

(d) 把 $(8\ ,6)$ 代入 $13x-19y=0$。

左方 $=13(8)-19(6)$

$=-10$

$\neq$ 右方

D 的坐標不滿足 OB 的方程。

$\therefore$ $\underline{D \text{ 並不位於 } OB \text{ 上}}$。

43. (a) AB 的斜率 $= -\frac{4}{-3} = \frac{4}{3}$

$\because$ $DC \,//\, AB$

$\therefore$ DC 的斜率 $= AB$ 的斜率 $= \frac{4}{3}$

DC 的方程是

$y - 15 = \frac{4}{3}(x - 6)$

$3y - 45 = 4x - 24$

$\underline{4x - 3y + 21 = 0}$

$\because$ $BC \perp AB$

$\therefore$ BC 的斜率 $\times AB$ 的斜率 $= -1$

BC 的斜率 $\times \frac{4}{3} = -1$

BC 的斜率 $= -\frac{3}{4}$

BC 的方程是

$y - 15 = -\frac{3}{4}(x - 6)$

$4y - 60 = -3x + 18$

$\underline{3x + 4y - 78 = 0}$

(b) AB 的方程是

$4x - 3y = 4$

$4x - 3y - 4 = 0$

AB 的 x 截距 $= -\frac{-4}{4} = 1$

$\therefore$ $\underline{A\text{ 的坐標是 }(1 , 0)\text{。}}$

DC 的 y 截距 $= -\frac{21}{-3} = 7$

$\therefore$ $\underline{D\text{ 的坐標是 }(0 , 7)\text{。}}$

$\begin{cases} 4x - 3y = 4 & \textbf{(1)} \\ 3x + 4y - 78 = 0 & \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times 4$：$16x - 12y = 16$ .... **(3)**

(2) $\times 3$：$9x + 12y - 234 = 0$ ..... **(4)**

(3) + **(4)**：$25x - 234 = 16$

$25x = 250$

$x = 10$

把 $x = 10$ 代入 **(1)**。

$4(10) - 3y = 4$

$36 = 3y$

$y = 12$

$\therefore$ $\underline{B\text{ 的坐標是 }(10 , 12)\text{。}}$

(c) $AB = \sqrt{(1-10)^2 + (0-12)^2} = 15$

$BC = \sqrt{(10-6)^2 + (12-15)^2} = 5$

$DC = \sqrt{(0-6)^2 + (7-15)^2} = 10$

梯形 $ABCD$ 的面積

$= \frac{1}{2} \times (AB + DC) \times BC$

$= \frac{1}{2} \times (15 + 10) \times 5$

$= \underline{\underline{\frac{125}{2}}}$

44. (a) L 的斜率 $= -\frac{4}{-1} = 4$

$\because$ $\ell \,//\, L$

$\therefore$ ℓ 的斜率 $= L$ 的斜率 $= 4$

ℓ 的方程是

$y - 6 = 4(x - 2)$

$y - 6 = 4x - 8$

$\underline{4x - y - 2 = 0}$

(b) 設 (h , k) 為 P 的坐標。

$\because$ P 位於 ℓ 上。

$\therefore$ $4h - k - 2 = 0$

$k = 4h - 2$

P 的坐標是 $(h , 4h - 2)$。

$\because$ $MP = NP$

$\therefore$ $\sqrt{(h-2)^2 + (4h-2-6)^2}$

$= \sqrt{(h-0)^2 + (4h-2-6)^2}$

$(h - 2)^2 + (4h - 8)^2 = h^2 + (4h - 8)^2$

$h^2 - 4h + 4 = h^2$

$4 = 4h$

$h = 1$

當 $h = 1$ 時，$k = 4(1) - 2 = 2$。

$\therefore$ $\underline{P\text{ 的坐標是 }(1 , 2)\text{。}}$

(c) MP 的斜率 $= \frac{6-2}{2-1} = 4$

NP 的斜率 $= \frac{6-2}{0-1} = -4$

MP 的斜率 $\times NP$ 的斜率

$= 4 \times (-4)$

$= -16$

$\neq -1$

$\therefore$ MP 並不垂直於 NP。

$\therefore$ $\underline{\triangle MPN \text{ 不是一個 } \angle MPN = 90^\circ \text{ 的直角三角形。}}$

45. (a) L_1 的斜率 $= \dfrac{-6-0}{-13-(-5)} = \dfrac{3}{4}$

L_1 的方程是

$$y - 0 = \frac{3}{4}[x - (-5)]$$
$$4y = 3x + 15$$
$$\underline{3x - 4y + 15 = 0}$$

$\because$ $L_2 \perp L_1$

$\therefore$ L_2 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $= -1$

$$L_2 \text{ 的斜率} \times \frac{3}{4} = -1$$
$$L_2 \text{ 的斜率} = -\frac{4}{3}$$

L_2 的方程是

$$y = -\frac{4}{3}x + 10$$
$$3y = -4x + 30$$
$$\underline{4x + 3y - 30 = 0}$$

(b) $\begin{cases} 3x - 4y + 15 = 0 \text{ ....} \textbf{(1)} \\ 4x + 3y - 30 = 0 \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$

(1) $\times 3$：$9x - 12y + 45 = 0$ .... **(3)**

(2) $\times 4$：$16x + 12y - 120 = 0$ .... **(4)**

(3) + **(4)**：$25x - 75 = 0$

$$x = 3$$

把 $x = 3$ 代入 **(2)**。

$$4(3) + 3y - 30 = 0$$
$$3y = 18$$
$$y = 6$$

$\therefore$ C 的坐標是 $(3 , 6)$。

$AC = \sqrt{[3-(-13)]^2 + [6-(-6)]^2} = 20$

$BC = \sqrt{(3-0)^2 + (6-10)^2} = 5$

$\triangle ABC$ 的面積

$= \dfrac{1}{2} \times AC \times BC$

$= \dfrac{1}{2} \times 20 \times 5$

$= \underline{50}$

(c) 留意 $\triangle BCD$ 以 BD 為底的高與 $\triangle ACD$ 以 AD 為底的高相同。

$\triangle BCD$ 的面積 : $\triangle ACD$ 的面積

$= BD : AD$

$= \underline{3 : 1}$

46. L_1 的 x 截距 $= -\dfrac{-2}{1} = 2$

$\therefore$ P 的坐標是 $(2 , 0)$。

設 $(a , 0)$ 為 Q 的坐標。

$$\frac{a+0}{2} = 2$$
$$a = 4$$

$\therefore$ Q 的坐標是 $(4 , 0)$。

L_1 的斜率 $= -\dfrac{1}{-1} = 1$

設 θ_1 及 θ_2 分別為 L_1 及 L_2 的傾角。

$\tan \theta_1 = L_1$ 的斜率

$= 1$

$\theta_1 = 45^\circ$

$\theta_2 = \theta_1 + 15^\circ$ 或 $\theta_1 - 15^\circ$

$= 45^\circ + 15^\circ$ 或 $45^\circ - 15^\circ$

$= 60^\circ$ 或 30°

L_2 的斜率 $= \tan 60^\circ$ 或 $\tan 30^\circ$

$= \sqrt{3}$ 或 $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

當 L_2 的斜率是 $\sqrt{3}$ 時，

L_2 的方程是

$$y - 0 = \sqrt{3}(x - 4)$$
$$y = \sqrt{3}x - 4\sqrt{3}$$
$$\underline{\sqrt{3}x - y - 4\sqrt{3} = 0}$$

當 L_2 的斜率是 $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ 時，

L_2 的方程是

$$y - 0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x - 4)$$
$$\sqrt{3}y = x - 4$$
$$\underline{x - \sqrt{3}y - 4 = 0}$$

47. (a) AC 的方程是

$$x+y=7$$
$$x+y-7=0$$

AC 的 x 截距 $=-\dfrac{-7}{1}=7$

$\therefore$ <u>A 的坐標是 $(7, 0)$。</u>

AC 的 y 截距 $=-\dfrac{-7}{1}=7$

$\therefore$ <u>C 的坐標是 $(0, 7)$。</u>

(b) AC 的斜率 $=-\dfrac{1}{1}=-1$

$\because$ $BE\perp AC$

$\therefore$ BE 的斜率 $\times AC$ 的斜率 $=-1$

BE 的斜率 $\times(-1)=-1$

BE 的斜率 $=1$

BE 的方程是

$$y-9=1(x-10)$$
$$y-9=x-10$$

<u>$x-y-1=0$</u>

BC 的斜率 $=\dfrac{9-7}{10-0}=\dfrac{1}{5}$

$\because$ $AD\perp BC$

$\therefore$ AD 的斜率 $\times BC$ 的斜率 $=-1$

AD 的斜率 $\times\dfrac{1}{5}=-1$

AD 的斜率 $=-5$

AD 的方程是

$$y-0=-5(x-7)$$
$$y=-5x+35$$

<u>$5x+y-35=0$</u>

(c) $\begin{cases}x-y-1=0\text{ ....}\textbf{(1)}\\5x+y-35=0\text{ ....}\textbf{(2)}\end{cases}$

(1) + **(2)**：$6x-36=0$

$x=6$

把 $x=6$ 代入 **(1)**。

$6-y-1=0$

$y=5$

$\therefore$ <u>H 的坐標是 $(6, 5)$。</u>

(d) $AH=\sqrt{(7-6)^2+(0-5)^2}=\sqrt{26}$

$CH=\sqrt{(0-6)^2+(7-5)^2}=\sqrt{40}$

$AC=\sqrt{(7-0)^2+(0-7)^2}=\sqrt{98}$

$\triangle ACH$ 的所有邊的長度皆不相同。

$\therefore$ <u>$\triangle ACH$ 不是一個等腰三角形。</u>

48. (a) $\because$ $\triangle PQR$ 的內心位於 PS 上。

$\therefore$ PS 是 $\angle RPQ$ 的角平分線。

$\because$ $PQ=PR$

$\therefore$ $PS\perp RQ$ 且 S 是 RQ 的中點。

$\because$ PS 是一條水平線。

$\therefore$ PS 的方程是 $y=1$ 及 RQ 是一條鉛垂線。

$\therefore$ S 的坐標是 $(6, 1)$。

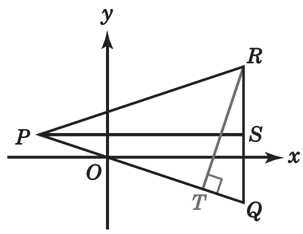
設 $(6, a)$ 為 R 的坐標。

$$\frac{a+(-2)}{2}=1$$
$$a-2=2$$
$$a=4$$

$\therefore$ R 的坐標是 $(6, 4)$。

PQ 的斜率 $=\dfrac{1-(-2)}{-3-6}=-\dfrac{1}{3}$

設 T 為 PQ 上的一點使得 $RT\perp PQ$。



RT 的斜率 $\times PQ$ 的斜率 $=-1$

RT 的斜率 $\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=-1$

RT 的斜率 $=3$

所求的直線的方程是

$$y-4=3(x-6)$$
$$y-4=3x-18$$

<u>$3x-y-14=0$</u>

(b) $\triangle PQR$ 的垂心是 PS 與 RT 的交點。

設 $(b, 1)$ 為垂心的坐標。

把 $(b, 1)$ 代入 $3x-y-14=0$。

$$3b-1-14=0$$
$$3b=15$$
$$b=5$$

$\therefore$ <u>$\triangle PQR$ 的垂心的坐標是 $(5, 1)$。</u>

49. 設 L_1、L_2 及 L_3 分別為直線 $x + 2y = 2a$、$x - 2y = -2a$ 及 $y = 1$。

假設 L_1 與 L_2 相交於點 P，L_2 與 L_3 相交於點 Q，且 L_3 與 L_1 相交於點 R。

$$\begin{cases} x+2y=2a \text{ ....} \textbf{(1)} \\ x-2y=-2a \text{ ....} \textbf{(2)} \end{cases}$$

(1) + **(2)**：$2x = 0$

$x = 0$

把 $x = 0$ 代入 **(1)**。

$0 + 2y = 2a$

$y = a$

∴ P 的坐標是 $(0 , a)$。

把 $y = 1$ 代入 $x - 2y = -2a$。

$x - 2(1) = -2a$

$x = -2a + 2$

∴ Q 的坐標是 $(-2a + 2 , 1)$。

把 $y = 1$ 代入 $x + 2y = 2a$。

$x + 2(1) = 2a$

$x = 2a - 2$

∴ R 的坐標是 $(2a - 2 , 1)$。

QR 的中點的坐標

$=\left(\dfrac{-2a+2+2a-2}{2},\dfrac{1+1}{2}\right)$

$= (0 , 1)$

∵ $y = 1$ 是一條水平線。

∴ QR 的垂直平分線是一條鉛垂線且它的方程是 $x = 0$。

∴ 外心的坐標是 $(0 , -2)$。

PR 的中點的坐標

$=\left(\dfrac{0+2a-2}{2},\dfrac{a+1}{2}\right)$

$=\left(a-1 , \dfrac{a+1}{2}\right)$

PR 的垂直平分線的斜率 × PR 的斜率 = −1

$$\frac{\frac{a+1}{2}-(-2)}{a-1-0}\times\frac{1-a}{2a-2-0}=-1$$

$$\frac{\frac{a+5}{2}}{a-1}\times\frac{-(a-1)}{2a-2}=-1$$

$$a+5=4a-4$$

$$9=3a$$

$$a=\underline{\underline{3}}$$

50. **(a)** L_1 的斜率 $=\dfrac{-4-0}{2-10}=\dfrac{1}{2}$

∵ $L_2 // L_1$

∴ L_2 的斜率 = L_1 的斜率 $=\dfrac{1}{2}$

L_2 的方程是

$y-0=\dfrac{1}{2}[x-(-6)]$

$2y = x + 6$

$\underline{x - 2y + 6 = 0}$

(b) $AB=\sqrt{(2-10)^2+(-4-0)^2}=\sqrt{80}$

$BC=\sqrt{(-6-2)^2+[0-(-4)]^2}=\sqrt{80}$

∵ $AB = BC$

∴ <u>△ABC 是等腰三角形。</u>

(c) 設 θ 是 L_2 的傾角。

$\tan\theta = L_2$ 的斜率

$=\dfrac{1}{2}$

$\theta = 26.565°$ (準確至五位有效數字)

$\angle ACD = \theta = 26.565°$ (準確至五位有效數字)

∵ $L_1 // L_2$

∴ $\angle BAC = \angle ACD$

∵ $AB = BC$

∴ $\angle ACB = \angle BAC$

$= \angle ACD$

$\angle BCD = \angle ACD + \angle ACB$

$= 2\angle ACD$

$= 2 \times 26.565°$

$= 53.1°$ (準確至三位有效數字)

$> 50°$

∴ <u>同意該宣稱。</u>

51. $\boxed{\text{D}}$

設 θ 是 L 的傾角。

$\theta + 90° = 135°$

$\theta = 45°$

L 的斜率 = tan 45° = 1

L 的方程是

$y - 0 = 1(x - c)$

$y = x - c$

$\underline{x - y - c = 0}$

52. $\boxed{\text{B}}$

$\because \quad L_1 // L_2$

$\therefore \quad L_1$的斜率 $= L_2$的斜率 $= -\dfrac{1}{4}$

L_1的方程是

$$y - 2 = -\frac{1}{4}(x - 3)$$
$$4y - 8 = -x + 3$$
$$\underline{x + 4y - 11 = 0}$$

53. $\boxed{\text{A}}$

L_1的斜率 $= -\dfrac{1}{-3} = \dfrac{1}{3}$

$\because \quad L_2 \perp L_1$

$\therefore \quad L_2$的斜率 $\times L_1$的斜率 $= -1$

L_2的斜率 $\times \dfrac{1}{3} = -1$

L_2的斜率 $= -3$

L_2的方程是

$$y = -3x + 1$$
$$\underline{3x + y - 1 = 0}$$

54. $\boxed{\text{C}}$

L_1的斜率 $= -\dfrac{k}{2}$

L_2的斜率 $= -\dfrac{4}{-6} = \dfrac{2}{3}$

$\because \quad L_1 \perp L_2$

$\therefore \quad L_1$的斜率 $\times L_2$的斜率 $= -1$

$$-\frac{k}{2} \times \frac{2}{3} = -1$$
$$k = 3$$

L_1的 x 截距 $= -\dfrac{-6}{k} = -\dfrac{-6}{3} = \underline{\underline{2}}$

55. $\boxed{\text{D}}$

AB 的中點的坐標

$= \left(\dfrac{2+4}{2}, \dfrac{3+7}{2}\right)$

$= (3 , 5)$

AB 的斜率

$= \dfrac{7-3}{4-2}$

$= 2$

該垂直平分線的斜率 $\times AB$ 的斜率 $= -1$

該垂直平分線的斜率 $\times 2 = -1$

該垂直平分線的斜率 $= -\dfrac{1}{2}$

該垂直平分線的方程是

$$y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 3)$$
$$2y - 10 = -x + 3$$
$$\underline{x + 2y - 13 = 0}$$

56. $\boxed{\text{C}}$

L_1的 y 截距 $= -\dfrac{12}{-b} = \dfrac{12}{b}$

L_3的 y 截距 $= -\dfrac{-3}{1} = 3$

L_1的 y 截距 $= L_3$的 y 截距

$$\frac{12}{b} = 3$$
$$b = \underline{\underline{4}}$$

L_1的斜率 $= -\dfrac{a}{-b} = \dfrac{a}{b}$

L_2的斜率 $= -\dfrac{6}{-3} = 2$

L_1的斜率 $= L_2$的斜率

$$\frac{a}{b} = 2$$
$$a = 2b$$
$$= 2 \times 4$$
$$= \underline{\underline{8}}$$

57. $\boxed{\text{A}}$

對於直線 $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + 1 = 0$ ，

即 $bx + ay + ab = 0$，

斜率 $= -\dfrac{b}{a} < 0$

x 截距 $= -\dfrac{ab}{b} = -a > 0$

y 截距 $= -\dfrac{ab}{a} = -b > 0$

$\therefore$ <u>答案是 **A**。</u>

58. $\boxed{\text{A}}$

I. 從圖可見，

x 截距 < 0

$$-\frac{c}{a} < 0$$

$$\frac{c}{a} > 0$$

$\because$ $c > 0$

$\therefore$ $a > 0$

$\therefore$ I 正確。

II. 從圖可見，

y 截距 > 0

$$-\frac{c}{b} > 0$$

$$\frac{c}{b} < 0$$

$\because$ $c > 0$

$\therefore$ $b < 0$

$\therefore$ II 正確。

III. 從圖可見，

y 截距 > 2

$$-\frac{c}{b} > 2$$

$$-c < 2b$$

$$c > -2b$$

$\therefore$ III 不正確。

$\therefore$ <u>只有 I 及 II 正確。</u>

59. $\boxed{\text{D}}$

I. 從圖可見，

L_1 的斜率 $<$ L_2 的斜率 < 0

$$-\frac{a}{1} < -\frac{c}{1} < 0$$

$$a > c > 0$$

$\therefore$ I 正確。

II. 從圖可見，

L_1 的 y 截距 $<$ L_2 的 y 截距

$$-\frac{b}{1} < -\frac{d}{1}$$

$$b > d$$

$\therefore$ II 正確。

III. 從圖可見，

L_1 的 x 截距 $<$ L_2 的 x 截距

$$-\frac{b}{a} < -\frac{d}{c}$$

$$\frac{b}{a} > \frac{d}{c}$$

$$\frac{bc}{a} > d$$

$$bc > ad$$

$$ad < bc$$

$\therefore$ III 正確。

$\therefore$ <u>I、II 及 III 正確。</u>

60. $\boxed{\text{B}}$

I. 從圖可見，

L_1 的 y 截距 < 0

$$\frac{1}{a} < 0$$

$$a < 0$$

L_2 的斜率 > 0

$$-\frac{a}{b} > 0$$

$$\frac{a}{b} < 0$$

$\because$ $a < 0$

$\therefore$ $b > 0$

$\therefore$ I 正確。

II. 從圖可見，

L_1 的 y 截距 $>$ L_2 的 y 截距

$$\frac{1}{a} > -\frac{3b}{b}$$

$$\frac{1}{a} > -3$$

$$1 < -3a$$

$$3a < -1$$

$\therefore$ II 不正確。

III. 從圖可見，

L_2 的 x 截距 > 1

$$-\frac{3b}{a} > 1$$

$$-3b < a$$

$$a + 3b > 0$$

$\therefore$ III 正確。

$\therefore$ <u>只有 I 及 III 正確。</u>

61. $\boxed{\text{C}}$

CD 的 x 截距 $= -\dfrac{-21}{7} = 3$

$\therefore$ D 的坐標是 $(3, 0)$。

AD 的方程是

$$y - 0 = \frac{2-0}{-4-3}(x-3)$$
$$y = -\frac{2}{7}(x-3)$$
$$7y = -2x + 6$$

$\underline{2x + 7y - 6 = 0}$

62. $\boxed{\text{D}}$

P 的坐標

$=$ BC 的中點的坐標

$= \left(\dfrac{8+4}{2}, \dfrac{6+(-2)}{2}\right)$

$= (6, 2)$

該直線的方程是

$$y - 4 = \frac{2-4}{6-0}(x-0)$$
$$y - 4 = -\frac{1}{3}x$$
$$3y - 12 = -x$$

$\underline{x + 3y - 12 = 0}$

63. $\boxed{\text{B}}$

L 的 x 截距 $= -\dfrac{-24}{4} = 6$

$\therefore$ $OB = 6$

L 的 y 截距 $= -\dfrac{-24}{3} = 8$

$\therefore$ $OA = 8$

$AB^2 = OA^2 + OB^2$

$AB = \sqrt{8^2 + 6^2}$

$ = 10$

$\because$ $\triangle AOB$ 的面積 $= \dfrac{1}{2} \times OA \times OB = \dfrac{1}{2} \times AB \times OP$

$\therefore$ $OA \times OB = AB \times OP$

$8 \times 6 = 10 \times OP$

$OP = \underline{\underline{4.8}}$

64. $\boxed{\text{C}}$

OQ 的斜率 $= \dfrac{4-0}{6-0} = \dfrac{2}{3}$

$\because$ $PG \perp OQ$

$\therefore$ PG 的斜率 $\times$ OQ 的斜率 $= -1$

PG 的斜率 $\times \dfrac{2}{3} = -1$

PG 的斜率 $= -\dfrac{3}{2}$

PG 的方程是

$$y - 0 = -\frac{3}{2}(x-8)$$
$$2y = -3x + 24$$

$3x + 2y - 24 = 0$

設 $(6, b)$ 為 G 的坐標。

把 $(6, b)$ 代入 $3x + 2y - 24 = 0$。

$3(6) + 2b - 24 = 0$

$2b = 6$

$b = 3$

$\therefore$ $\underline{G\text{ 的坐標是 }(6, 3)\text{。}}$

競賽園地 (第 2.61 頁)

1. C

直線 $y = mx$ 必定與 BC 相交。設 $P(a, b)$ 為直線 $y = mx$ 與 BC 的交點。由於 $\triangle PCD$ 的面積是梯形 $ABCD$ 的面積的一半，因此可得 $b = \dfrac{16}{5}$。由於 B、P 與 C 共線，因此可得 $a = \dfrac{34}{5}$。

把 $\left(\dfrac{34}{5}, \dfrac{16}{5}\right)$ 代入 $y = mx$，可得 $m = \dfrac{8}{17}$。

2. B

該點的所有可能坐標是 (a, a) 及 $(a, -a)$。

把 (a, a) 及 $(a, -a)$ 分別代入 $3x + 8y = 24$，可得 $a = \dfrac{24}{11}$ 及 $-\dfrac{24}{5}$。因此，a 的所有可能值的和是 $-\dfrac{144}{55}$。

3. E

設 $y = mx + 2$、$y = mx + 3$ 及 $y = mx + 4$ 為該三條平行線的方程，則該三個 x 截距是 $-\dfrac{2}{m}$、$-\dfrac{3}{m}$ 及 $-\dfrac{4}{m}$。由於該三個 x 截距的和是 36，因此可得 $m = -\dfrac{1}{4}$，即所求的斜率是 $-\dfrac{1}{4}$。

應試加油站

應試訓練 1 (第 2.63 頁)

1. I. 從圖可見，

L_1 的斜率 $>$ L_2 的斜率 > 0

$$-\frac{1}{a} > -\frac{1}{c} > 0$$

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{c} < 0$$

$\therefore$ $a < 0$、$c < 0$ 及 $a > c$。

$\therefore$ I 正確。

II. 從圖可見，

L_1 的 x 截距 $>$ L_2 的 x 截距

$$b > d$$

$\therefore$ II 正確。

III. 從圖可見，

L_2 的 y 截距 $= 1$

$$\frac{d}{c} = 1$$

$$c = d$$

L_1 的 y 截距 < 1

$$\frac{b}{a} < 1$$

$$b > a$$

$\therefore$ $a + c < b + c$

$a + d < b + c$

$\therefore$ III 正確。

$\therefore$ I、II 及 III 正確。

$\therefore$ <u>答案是 **D**。</u>

2. I. 從圖可見，

L_1 的斜率 $<$ L_2 的斜率 < 0

$$-\frac{p}{-1} < -\frac{r}{-1} < 0$$

$$p < r < 0$$

$\therefore$ I 正確。

II. 從圖可見，

L_1 的 y 截距 $>$ L_2 的 y 截距

$$-q > -s$$

$$q < s$$

$\therefore$ II 正確。

III. 從圖可見，

L_1 的 x 截距 $= 1$

$$\frac{q}{p} = 1$$

$$q = p$$

$$p - q = 0$$

L_2 的 x 截距 < 1

$$\frac{s}{r} < 1$$

$$s > r$$

$$0 > r - s$$

$$p - q > r - s$$

$\therefore$ III 不正確。

$\therefore$ 只有 I 及 II 正確。

$\therefore$ <u>答案是 **A**。</u>

應試訓練 2 (第 2.64 頁)

$\because$ 兩直線相交於 x 軸上的一點。

$\therefore$ 它們的 x 截距相同。

$$\therefore\quad -\frac{40}{h} = -\frac{8}{3}$$

$$h = 15$$

$\because$ 兩直線互相垂直。

$$\therefore\quad -\frac{h}{-9} \times \left(-\frac{3}{k}\right) = -1$$

$$\frac{15}{9} \times \left(-\frac{3}{k}\right) = -1$$

$$k = 5$$

$\therefore$ <u>答案是 **B**。</u>

考試題型 (第 2.64 頁)

1. $\boxed{\text{D}}$

I. 從圖可見，

L 的 y 截距 < -6

$$-\frac{-ab}{b} < -6$$

$$a < -6$$

∴ I 正確。

II. 從圖可見，

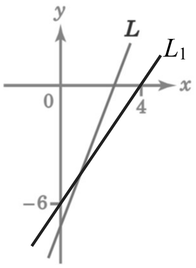
$0 <$ L 的 x 截距 < 4

$$0 < -\frac{-ab}{a} < 4$$

$$0 < b < 4$$

∴ II 正確。

III. 作直線 L_1 通過 (4 , 0) 和 (0 , –6)。



從圖可見，

L 的斜率 $>$ L_1 的斜率

$$-\frac{a}{b} > \frac{0-(-6)}{4-0}$$

$$\therefore \quad -\frac{a}{b} > 1$$

$$-a > b$$

$$a + b < 0$$

∴ III 正確。

∴ <u>I、II 及 III 正確。</u>

2. $\boxed{\text{A}}$

I. 從圖可見，

L_1 的斜率 < 0

$$-\frac{a}{2} < 0$$

$$a > 0$$

L_2 的斜率 > 0

$$-\frac{1}{c} > 0$$

$$c < 0$$

∴ $a > c$

∴ I 正確。

II. 從圖可見，

L_2 的 x 截距 $>$ L_1 的 x 截距

$$-\frac{d}{1} > -\frac{b}{a}$$

$$d < \frac{b}{a}$$

$$ad < b$$

∴ II 正確。

III. 從圖可見，

L_1 的 y 截距 $>$ L_2 的 y 截距

$$-\frac{b}{2} > -\frac{d}{c}$$

$$\frac{b}{2} < \frac{d}{c}$$

$$bc > 2d$$

∴ III 不正確。

∴ <u>只有 I 及 II 正確。</u>

3. $\boxed{\text{A}}$

I. 從圖可見，

L_1 的 x 截距 $=$ L_2 的 x 截距

$$-\frac{c}{a} = -\frac{1}{c}$$

$$a = c^2$$

$$> 0$$

∴ I 正確。

II. 從圖可見，

L_2 的 y 截距 < 0

$$\frac{1}{d} < 0$$

$$d < 0$$

L_1 的斜率 < 0

$$-\frac{a}{b} < 0$$

∵ $a > 0$

∴ $b > 0$

L_2 的斜率 $>$ L_1 的斜率

$$-\frac{c}{d} > -\frac{a}{b}$$

$$\frac{c}{d} < \frac{a}{b}$$

$$\frac{bc}{d} < a$$

$$bc > ad$$

∴ II 正確。

III. 把 (0 , 3) 代入 $ax + by = c$。

$a(0) + b(3) = c$

$3b = c$

∴ $a = c^2 = (3b)^2 = 9b^2$

L_2 的 y 截距 < 0

$\frac{1}{d} < 0$

$d < 0$

$a + d < a$

$a + d < 9b^2$

$9b^2 > a + d$

∴ III 不正確。

∴ <u>只有 I 及 II 正確。</u>

4. $\boxed{\text{B}}$

I. 從圖可見，

L_1 的 y 截距 > 0

$-\frac{b}{-1} > 0$

$b > 0$

∴ I 正確。

II. 從圖可見，

L_1 的斜率 > 0

$-\frac{a}{-1} > 0$

$a > 0$

L_2 的斜率 < 0

$-\frac{c}{-1} < 0$

$c < 0$

∴ $a > c$

∴ II 正確。

III. 從圖可見，

L_1 的 y 截距 $> L_2$ 的 x 截距

$-\frac{b}{-1} > -\frac{d}{-1}$

$b > d$

∴ III 不正確。

IV. 從圖可見，

L_1 的 x 截距 $< L_2$ 的 x 截距

$-\frac{b}{a} < -\frac{d}{c}$

$\frac{b}{a} > \frac{d}{c}$

$b > \frac{ad}{c}$

$bc < ad$

L_2 的 x 截距 $> L_1$ 的 x 截距

$-\frac{d}{c} > -\frac{b}{a}$

$\frac{d}{c} < \frac{b}{a}$

$d > \frac{bc}{a}$

$ad > bc$

∴ IV 正確。

∴ <u>只有 I、II 及 IV 正確。</u>

5. $\boxed{\text{B}}$

L_2 的斜率 $= -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$

∵ $L_1 \perp L_2$

∴ L_1 的斜率 $\times L_2$ 的斜率 $= -1$

L_1 的斜率 $\times \frac{2}{3} = -1$

L_1 的斜率 $= -\frac{3}{2}$

L_1 的 y 截距 $= L_2$ 的 y 截距 $= -\frac{-12}{-3} = -4$

L_1 的方程是

$y = -\frac{3}{2}x + (-4)$

$2y = -3x - 8$

<u>$3x + 2y + 8 = 0$</u>

6. $\boxed{\textbf{B}}$

∵　直線 $4x-y-30=0$ 是 PQ 的垂直平分線。

∴　$-\frac{1}{a}\times\left(-\frac{4}{-1}\right)=-1$

$a=4$

L 的 x 截距 $=-\frac{8b}{1}=-8b$

∴　P 的坐標是 $(-8b , 0)$。

L 的 y 截距 $=-\frac{8b}{a}=-\frac{8b}{4}=-2b$

∴　Q 的坐標是 $(0 , -2b)$。

PQ 的中點的坐標

$=\left(\frac{-8b+0}{2},\frac{0+(-2b)}{2}\right)$

$=(-4b , -b)$

把 $(-4b , -b)$ 代入 $4x-y-30=0$。

$4(-4b)-(-b)-30=0$

$-15b=30$

$b=\underline{\underline{-2}}$

7. $\boxed{\textbf{C}}$

∵　兩直線互相垂直。

∴　$-\frac{k}{15}\times\left(-\frac{15}{-8}\right)=-1$

$k=8$

L 的 x 截距 $=-\frac{15k}{k}=-15$

L 的 y 截距 $=-\frac{15k}{15}=-k=-8$

∴　所求的周界

$=[0-(-15)]+[0-(-8)]+\sqrt{[0-(-15)]^2+[0-(-8)]^2}$

$=15+8+17$

$=\underline{40}$

8. $\boxed{\textbf{C}}$

設 L 為直線 $6x-5y+30=0$。

L 的 x 截距 $=-\frac{30}{6}=-5$

∴　A 的坐標是 $(-5 , 0)$。

L 的 y 截距 $=-\frac{30}{-5}=6$

∴　B 的坐標是 $(0 , 6)$。

設 S 為 $\triangle ABC$ 的垂心，則 $AS\perp BC$。

∵　BC 是一條水平線。

∴　AS 是一條鉛垂線。

∴　S 的 x 坐標 $=A$ 的 x 坐標 $=-5$

∴　S 的坐標是 $(-5 , 11)$。

設 $(k , 6)$ 為 C 的坐標。

∵　$SC\perp AB$

∴　$\frac{11-6}{-5-k}\times\frac{6-0}{0-(-5)}=-1$

$6=5+k$

$k=1$

∴　<u>C 的 x 坐標是 1。</u>

9. $\boxed{\textbf{D}}$

設 L_1、L_2 及 L_3 分別為直線 $x+y=-6$、$x+3y=0$ 及 $x-4y=14$。

假設 L_1 與 L_2 相交於點 P，且 L_2 與 L_3 相交於點 Q。

$$\begin{cases}x+y=-6 & \textbf{.............................. (1)}\\ x+3y=0 & \textbf{.............................. (2)}\end{cases}$$

(2) – (1)：$2y=6$

$y=3$

把 $y=3$ 代入 **(1)**。

$x+3=-6$

$x=-9$

∴　P 的坐標是 $(-9 , 3)$。

$$\begin{cases}x+3y=0 & \textbf{.............................. (3)}\\ x-4y=14 & \textbf{............................ (4)}\end{cases}$$

(3) – (4)：$7y=-14$

$y=-2$

把 $y=-2$ 代入 **(3)**。

$x+3(-2)=0$

$x=6$

∴　Q 的坐標是 $(6 , -2)$。

PQ 的斜率 $=\frac{-2-3}{6-(-9)}=-\frac{1}{3}$

PQ 的中點的坐標

$=\left(\frac{-9+6}{2},\frac{3+(-2)}{2}\right)$

$=\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$

設 $(0, k)$ 為該外心的坐標。

$\because$ PQ 的垂直平分線通過該外心。

$\therefore$ $-\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\frac{1}{2}-k}{-\frac{3}{2}-0}=-1$

$$\frac{1}{2}-k=-\frac{9}{2}$$

$$k=5$$

$\therefore$ 該外心的 y 坐標是 5。

公開試題目 (第 2.65 頁)

1. **(a)** $3x-4y+78=0$

(b) $(24, 0)$

(c) 150

(d) $\dfrac{3}{2}$

2. **(a)** $B(-3, 4)$，$C(4, -3)$

(b) 否

(c) $x-y-7=0$，$(10, 3)$

3. A	**4.** A	**5.** D	**6.** A
7. D	**8.** C	**9.** A	**10.** A
11. D	**12.** B	**13.** D	**14.** D
15. A			

探索與研究 (第 2.68 頁)

研究步驟

1. $\begin{cases}2x-y+5=0 \text{..............................} \textbf{(1)}\\ x+3y-1=0 \text{..............................} \textbf{(2)}\end{cases}$

(2) $\times 2$：$2x+6y-2=0$ .... **(3)**

(3) – **(1)**：$7y-7=0$

$$y=1$$

把 $y=1$ 代入 **(2)**。

$x+3(1)-1=0$

$$x=-2$$

$\therefore$ 交點的坐標是 $(-2, 1)$。

2. **(a)** 把 $(-2, 1)$ 代入 $2x-y+5=0$。

左方 $=2(-2)-1+5$

$=0$

$=$ 右方

交點的坐標滿足 L 的方程。

$\therefore$ L 通過 L_1 與 L_2 的交點。

把 $(-2, 1)$ 代入 $3x+2y+4=0$。

左方 $=3(-2)+2(1)+4$

$=0$

$=$ 右方

交點的坐標滿足 L 的方程。

$\therefore$ L 通過 L_1 與 L_2 的交點。

對於 $k=\dfrac{3}{2}$，

L 的方程是

$$(2x-y+5)+\frac{3}{2}(x+3y-1)=0$$
$$4x-2y+10+3x+9y-3=0$$
$$7x+7y+7=0$$
$$\underline{x+y+1=0}$$

把 $(-2, 1)$ 代入 $x+y+1=0$。

左方 $=-2+1+1$

$=0$

$=$ 右方

交點的坐標滿足 L 的方程。

$\therefore$ L 通過 L_1 與 L_2 的交點。

對於 $k=-2$，

L 的方程是

$$(2x-y+5)+(-2)(x+3y-1)=0$$
$$2x-y+5-2x-6y+2=0$$
$$-7y+7=0$$
$$\underline{y-1=0}$$

把 $(-2, 1)$ 代入 $y-1=0$。

左方 $= 1-1$

$= 0$

$=$ 右方

交點的坐標滿足 L 的方程。

$\therefore$ $\underline{L \text{ 通過 } L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 的交點。}}$

對於 $k=-\dfrac{3}{5}$，

L 的方程是

$$(2x-y+5)+\left(-\frac{3}{5}\right)(x+3y-1)=0$$

$$10x-5y+25-3x-9y+3=0$$

$$7x-14y+28=0$$

$$\underline{x-2y+4=0}$$

把 $(-2, 1)$ 代入 $x-2y+4=0$。

左方 $=-2-2(1)+4$

$= 0$

$=$ 右方

交點的坐標滿足 L 的方程。

$\therefore$ $\underline{L \text{ 通過 } L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 的交點。}}$

(b) **(i)** $\because$ (a, b) 位於 L_1 上。

$\therefore$ $2a-b+5=0$

當 $x=a$ 和 $y=b$ 時，

$2x-y+5=2a-b+5=\underline{0}$

(ii) $\because$ (a, b) 位於 L_2 上。

$\therefore$ $a+3b-1=0$

當 $x=a$ 和 $y=b$ 時，

$x+3y-1=a+3b-1=\underline{0}$

(iii) 當 $x=a$ 和 $y=b$ 時，

$(2x-y+5)+k(x+3y-1)$

$=(2a-b+5)+k(a+3b-1)$

$=0+k(0)$

$=\underline{0}$

(c) 從 **(b)** 部的結果，<u>改變 k 值不會影響 **(b)(iii)** 部的結果。</u>

3. $\because$ (r, s) 位於 $A_1x+B_1y+C_1=0$ 和 $A_2x+B_2y+C_2=0$ 上。

$\therefore$ $A_1r+B_1s+C_1=0$ 和 $A_2r+B_2s+C_2=0$。

當 $x=r$ 和 $y=s$ 時，

$(A_1x+B_1y+C_1)+k(A_2x+B_2y+C_2)$

$=(A_1r+B_1s+C_1)+k(A_2r+B_2s+C_2)$

$=0+k(0)$

$=\underline{0}$

結 論

<u>若兩條直線 $A_1x+B_1y+C_1=0$ 與 $A_2x+B_2y+C_2=0$ 只相交於一點 P，直線 $(A_1x+B_1y+C_1)+k(A_2x+B_2y+C_2)=0$ 通過 P。</u>